

*République Algérienne Démocratique et Populaire*  
*Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique*

Université Dr Moulay Tahar de Saida

Faculté des Sciences

Département de Physique



**Polycopié**

**Interaction des Rayonnements avec la Matière**

Par

**Abdelkader DJAAFRI**

**Tayeb DJAAFRI**

**Année universitaire : 2018-2019**



# Préface

Ce document pédagogique qui porte sur l'interaction des rayonnements avec la matière est destiné aux étudiants de la troisième année licence LMD dans le domaine des Sciences de la matière, la spécialité Physique des rayonnements. Le sujet traité touche à plusieurs domaines notamment la physique atomique, la physique nucléaire, la physique médicale, la physique des matériaux et la radioprotection. L'objectif de ce cours est de présenter de façon claire les phénomènes physiques qui peuvent se produire lorsque des particules chargées ou un rayonnement électromagnétique traverse un milieu matériel. Il permet aux étudiants d'acquérir de solides connaissances théoriques sur ces processus qui sont à la base de plusieurs applications telles que les détecteurs de rayonnements (chambres à gaz, scintillateurs, semi-conducteurs), les microscopes électroniques et les analyses par faisceaux d'ions.

Ce manuscrit est organisé en cinq chapitres. Le premier chapitre est consacré à des généralités portant sur la composition de la matière et la définition des rayonnements. Le deuxième chapitre présente les mécanismes d'interaction entre les particules chargées lourdes et la matière. Nous nous intéressons de près au pouvoir d'arrêt du milieu pour ces particules et à leur parcours. Le troisième chapitre traite les processus de perte d'énergie des électrons et des positrons dans la matière. Ainsi, nous exposons les pertes d'énergie par collisions avec les électrons atomique, par rayonnement de freinage et par rayonnement Cerenkov. Puis, nous examinons la transmission d'un faisceau d'électrons et de particules beta issues de la désintégration à travers un absorbeur. Nous finissons par introduire la notion de portée et le phénomène de rétrodiffusion. Le quatrième chapitre illustre les effets qui peuvent se produire lorsque les photons pénètrent dans la matière. Nous présentons les effets : photoélectrique, Compton et production de paires. Nous donnerons l'importance relative de ces effets et nous achevons le chapitre avec l'atténuation d'un faisceau de photons. Le cinquième chapitre porte sur les processus d'interaction des neutrons avec la matière. Nous traitons dans ce chapitre la diffusion élastique, la diffusion inélastique, la capture radiative, la capture non radiative et la fission.

# **Tables des matières**

---

## **Chapitre 1- Généralités**

---

1.1	Matière.....	2
1.2	Rayonnements.....	4

---

## **Chapitre 2- Interaction des particules lourdes chargées avec la matière**

---

2.1	Introduction.....	7
2.2	Pouvoir d'arrêt.....	9
2.3	Parcours d'une particule.....	19
2.4	Stragglng en énergie.....	24
2.5	Stragglng en parcours.....	25
2.6	Courbe de Bragg.....	25
2.7	Temps d'arrêt.....	26
2.8	Lois de conversion.....	28

---

## **Chapitre 3 - Interaction des électrons avec la matière**

---

3.1	Introduction.....	34
3.2	Perte d'énergie par collisions.....	34
3.3	Perte d'énergie par rayonnement de freinage.....	36
3.4	Longueur de radiation.....	39
3.5	Perte d'énergie totale.....	40
3.6	Perte d'énergie par radiation Cerenkov.....	42

3.7	Courbes de parcours et de transmission des électrons.....	45
3.8	Rétrodiffusion (Backscattering) .....	50
3.9	Interactions des positrons.....	52

## **Chapitre 4 - Interaction des photons avec la matière**

4.1	Introduction.....	55
4.2	Effet photoélectrique.....	56
4.3	Effet Compton.....	62
4.4	Production de paires.....	70
4.5	Importance relative des trois effets.....	77
4.6	Atténuation des photons dans la matière.....	78
4.7	Couche de demi-atténuation (CDA) .....	82

## **Chapitre 5 - Interaction des neutrons avec la matière**

5.1	Introduction.....	87
5.2	Différents types d'interactions.....	88
5.2.1	Diffusion élastique.....	88
5.2.2	Diffusion inélastique.....	94
5.2.3	Capture radiative.....	100
5.2.4	Réactions de capture type $(n, p)$ et $(n, \alpha)$ .....	102
5.2.5	Réactions de capture type $(n, 2n)$ .....	106
5.2.6	Réactions de fission.....	106

5.3	Atténuation d'un faisceau de neutrons dans la matière.....	108
	Références .....	112
Appendice A	Excès de masse et masses atomiques de certains isotopes .....	114
Appendice B	Tableaux des préfixes et de conversion .....	121
Appendice C	Constantes Physiques .....	122

## Liste des symboles

Symbole	Définition	Symbole	Définition
$a_B$	Rayon de Bohr	$I_0$	Intensité du faisceau incident
$A$	Poids atomique	$I$	Intensité du faisceau transmis
$A_{eff}$	Poids atomique effectif	$J_s$	Ionisation spécifique
$\alpha$	Particule alpha	$\lambda$	Longueur d'onde du rayonnement
$\beta$	Particule beta	$\lambda_C$	Longueur d'onde Compton
$C$	Vitesse de la lumière dans le vide	$m_e$	Masse de l'électron au repos
$e$	Charge élémentaire	$m_p$	Masse du proton au repos
$E_\gamma$	Energie du photon	$m_n$	Masse du neutron au repos
$E_{ex}$	Energie du premier niveau excité d'un noyau	$m_\alpha$	Masse de la particule $\alpha$ au repos
$E_l$	Energie de liaison de l'électron	$m_d$	Masse du deuton au repos
$\epsilon_0$	Permittivité diélectrique du vide	$M_N$	Masse du noyau au repos
$\gamma$	Facteur de Lorentz	$N$	Densité atomique
$h$	Constante de Planck	$\mathcal{N}_a$	Nombre d'Avogadro
$\hbar$	Constante de Planck réduite	$n_c$	Nombre moyen de collisions pour amener un neutron à la thermalisation
$J$	Potentiel moyen d'excitation	$n_r$	Indice de réfraction du milieu

## Liste des symboles

Symbole	Définition	Symbole	Définition
$N_{ph}$	Nombre de photon émis dans l'effet Cerenkov	$T_e$	Energie cinétique de l'électron
$\nu$	Fréquence du rayonnement	$T_{tr}$	Energie transférée à une particule au repos lors d'une collision
$\nu_s$	Fréquence seuil	$(T_{tr})_{max}$	Energie transférée maximale à une particule au repos lors d'une collision
$R$	Parcours d'une particule	$T_s$	Energie cinétique seuil
$R_m$	Parcours moyen	$V_B$	Vitesse de Bohr
$R_e$	Parcours extrapolé	$\rho$	Densité d'un matériau
$r_e$	Rayon classique de l'électron	$V$	Vitesse d'une particule
$\sigma_{ph}$	Section efficace de l'effet photoélectrique	$X_0$	Longueur de radiation
$\sigma_C$	Section efficace de la diffusion Compton	$ze$	Charge de la particule incidente
$\sigma_{paire}$	Section efficace de la production de paires	$Z$	Numéro atomique de l'atome cible
$\sigma_d$	Section efficace de diffusion des neutrons	$Z_{eff}$	Numéro atomique effectif d'un milieu
$\sigma_{cap}$	Section efficace de capture de neutrons	$\beta$	$V/C$
$\sigma_f$	Section efficace de fission	$\omega_i$	Fraction en masse de l'élément $i$



**Chapitre 1**

---

**Généralités**

## 1.1. Matière

La matière, dans tous ses états (solide, liquide, gaz) est constituée d'atomes, eux-mêmes composés d'un noyau et d'électrons. Ces derniers sont caractérisés par des valeurs bien définies de charge électrique ( $q_e = -e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ) et de masse ( $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ). C'est J. J. Thomson qui mesura le rapport  $q_e/m_e$  en 1897 puis mesura la valeur de la charge en 1898. Les dimensions de l'atome sont estimées à environ  $10^{-10} \text{ m}$ . L'expérience réalisée par Rutherford au début du siècle dernier et qui consistait à étudier les trajectoires des particules  $\alpha$  envoyées sur une très fine feuille d'or montra que la partie chargée positivement de l'atome est concentrée dans une zone extrêmement petite dont les dimensions se chiffrent en  $\text{fm}$  ( $10^{-15} \text{ m}$ ). La quasi-totalité de la masse de l'atome se trouve regroupée dans cette zone, appelée, maintenant, noyau.

Au début de 1932, James Chadwick, suite à une analyse rigoureuse de l'expérience de bombardant du béryllium avec des particules  $\alpha$ , parvient à montrer l'existence d'une particule électriquement neutre, de masse voisine de celle du proton ; qu'il la nomma neutron. Ainsi le noyau est composé de protons de charge positive et de neutrons. Ces deux particules sont, souvent, regroupées sous l'appellation commune de « nucléons ». La masse d'un nucléon est environ 1836 fois la masse d'un électron.

Si l'on représente le noyau comme une goutte de matière nucléaire, son rayon,  $R$ , vaut approximativement  $1.2 A^{1/3} \text{ fm}$ , où  $A$  est le nombre total de nucléons (appelé aussi nombre de masse).

Différents types d'interactions assurent la cohésion entre les différents constituants de l'atome. L'interaction entre les électrons et le noyau se fait par la force électromagnétique. La particule médiatrice de cette force est le photon. La cohésion du noyau est due à la force forte ou nucléaire. Cette force est indépendante de la charge et elle est de courte portée. Les électrons, comme le reste de la famille des leptons (voir tableau 1.1), sont insensibles à ce type de force.

Tableau 1.1. Quelques propriétés des leptons.

Nom	Symbole	Masse ( $MeV/C^2$ )
électron	$e^-$	0.511
muon	$\mu^-$	105.7
tau	$\tau^-$	1777
neutrino électronique	$\nu_e$	$< 2.5 \times 10^{-6}$
neutrino muonique	$\nu_\mu$	$< 170 \times 10^{-3}$
neutrino tau	$\nu_\tau$	$< 18$

Les protons et les neutrons ne sont pas des particules élémentaires. Ils sont composés de quarks. Les quarks, qui sont au nombre de six (voir tableau 1.2), composent d'autres particules comme les pions et les kaons. Ils restent confinés par l'attraction très intense résultant de l'interaction forte et échappent jusqu'à ce jour-là d'être observés séparément. Les particules qui véhiculent l'interaction forte entre les quarks sont les gluons. Un proton est constitué de deux quarks up et un quark down (figure 1.1), alors qu'un neutron est composé de deux quarks down et un quark up (figure 1.2).

Tableau 1.2. Quelques propriétés des quarks.

Nom	Symbole	Charge ( $e$ )	Masse ( $MeV/C^2$ )
Up (haut)	u	2/3	1.7 – 3.3
Down (bas)	d	-1/3	4.1 – 5.8
Strange (étrange)	s	-1/3	80 - 130
Charm (charmé)	c	2/3	1150 - 1350
Bottom/Beauty (beauté)	b	-1/3	4100 - 4400
Top/Truth (vérité)	t	2/3	173000 - 980000

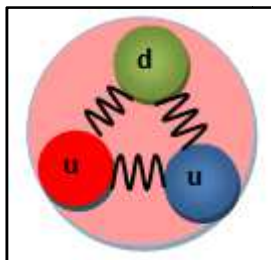


Figure 1.1. Composition d'un proton en quarks.

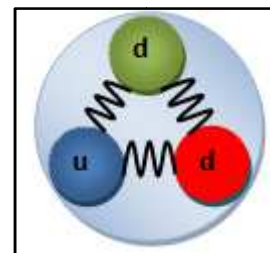


Figure 1.2. Composition d'un neutron en quarks.

En 1928, le physicien britannique Paul Dirac a établi, en combinant la théorie quantique et la relativité restreinte, une équation décrivant le comportement d'un électron se déplaçant à une vitesse proche de celle de la lumière. La solution de cette équation prévoyait l'existence d'un antiélectron. C'est une particule qui a les mêmes propriétés que l'électron sauf pour la charge qui est positive. Le physicien américain Carl Anderson confirma expérimentalement cette prédiction en 1932 en découvrant cette particule qu'on appela positron. En 1955, les physiciens Emilio Segré et Owen Chamberlain ont découvert l'antiproton, puis en 1956 Bruce Cork a mis en évidence l'existence de l'antineutron. On associe à toute particule une antiparticule qu'en dehors de sa charge, cette antiparticule présente les mêmes grandeurs caractéristiques que la particule correspondante (masse, durée de vie, spin). On utilise généralement une barre pour désigner une antiparticule. Ainsi il existe en plus des quarks, six antiquarks qui entrent, par exemple, dans la composition de l'antineutron  $\bar{n}(\bar{d}\bar{d}\bar{u})$ , l'antiproton  $\bar{p}(\bar{u}\bar{u}\bar{d})$  et des mésons  $\pi^+(u\bar{d})$  et  $\pi^-(d\bar{u})$ . Certaines particules sont leurs propres antiparticules, comme le photon.

## 1.2. Rayonnements

Les rayonnements (particules en mouvement ou rayonnement électromagnétique) peuvent être classés en quatre catégories : les particules chargées lourdes (ce sont des particules chargées plus massives que l'électron), les électrons (et les positrons), les photons et les neutrons.

Les rayonnements ont différentes origines :

- le vent solaire : Il provient du soleil et il est constitué d'électrons, de protons et d'ions lourds. Il est particulièrement intense lors de l'éruption solaire.
- le rayonnement cosmique : C'est un flux de particules de haute énergie qui vient de l'intérieur ou de l'extérieur de notre galaxie. Le rayonnement cosmique est principalement constitué de particules chargées comme les protons, les particules  $\alpha$ , les électrons et de particules neutres comme les neutrinos et les neutrons. Le rayonnement cosmique interagit avec les atomes de l'atmosphère et produit des gerbes de particules secondaires (électrons, protons, muons,...).
- la radioactivité : La désintégration des éléments radioactifs génère des particules  $\alpha$  (émises par les noyaux lourds, le plus souvent, dans la gamme d'énergie 4 – 9 MeV), des

particules  $\beta^-$  (des électrons qui peuvent atteindre l'énergie de 4 MeV) et des particules  $\beta^+$  (des positrons).

➤ les accélérateurs et les réacteurs nucléaires : Dans les accélérateurs, des particules chargées et des ions lourds sont propulsés avec une énergie cinétique importante pour produire des réactions nucléaires qui font émerger différents types de rayonnements. Dans les réacteurs nucléaires, des flux de neutrons et des rayons gamma sont produits par les réactions de fission qui ont lieu au cœur du réacteur.

On entend par interaction entre rayonnement et matière tout phénomène se produisant lorsqu'un rayonnement pénètre dans un milieu matériel. Les effets produits dépendent du type de rayonnements et de son énergie. Dans notre cas, nous nous intéresserons aux rayonnements dont l'énergie peut aller jusqu'à 10 MeV.

Un rayonnement est dit directement ionisant lorsqu'il est composé de particules chargées (électrons, positrons, particules chargées lourdes) d'énergie suffisante pour ioniser les atomes du milieu. L'interaction entre ce type de rayonnements et la matière se fait par le jeu des forces coulombienne.

Un rayonnement est dit indirectement ionisant lorsqu'il est constitué de particules électriquement neutres comme les photons et les neutrons. Ces particules cèdent une partie ou la totalité de leur énergie en une seule interaction à des particules chargées qui elles ionisent les atomes du milieu.

## Chapitre 2

---

### *Interaction des particules lourdes chargées avec la matière*

## 2.1. Introduction

On entend par particule chargée lourde toute particule chargée beaucoup plus massive que l'électron. C'est le cas du proton ( $p$ ), du deuton ( $d$ ), de la particule alpha ( $\alpha$ ) et des ions. La comparaison entre les masses au repos des trois premières particules et la masse au repos de l'électron donne :

$$\frac{m_p}{m_e} = \frac{m_p C^2}{m_e C^2} = \frac{938.272}{0.511} = 1836$$
$$\frac{m_d}{m_e} = \frac{m_d C^2}{m_e C^2} = \frac{1875.6}{0.511} = 3670$$
$$\frac{m_\alpha}{m_e} = \frac{m_\alpha C^2}{m_e C^2} = \frac{3727.38}{0.511} = 7293$$

Lorsqu'une particule lourde chargée pénètre dans un milieu matériel, elle interagit avec les atomes (électrons et noyaux) composant ce milieu, perd de son énergie et ralentit jusqu'à son arrêt si le milieu est suffisamment épais. Plusieurs processus peuvent se produire lors de ce ralentissement :

1) les collisions inélastiques avec les noyaux : ces collisions provoquent la déviation de la particule lourde, le changement de sa vitesse et engendrent l'émission d'un rayonnement appelé « rayonnement de freinage » ou encore « Bremsstrahlung ». La perte d'énergie par ce processus est proportionnelle au carré de la charge des noyaux du milieu et à la charge de la particule lourde. Elle est, également, inversement proportionnelle au carré de la masse de la particule incidente. Elle n'est importante pour les particules lourdes qu'à très haute énergie (TeV).

2) les réactions nucléaires : la particule lourde interagit avec les noyaux du milieu et provoque une réaction nucléaire de transmutation donnant naissance à des noyaux différents de ceux du milieu. Ces réactions ne se produisent, généralement, qu'à des énergies élevées.

3) les collisions inélastiques avec les électrons atomiques de la matière : dans ce cas, suite à des chocs successifs de la particule lourde avec les électrons atomiques, elle cède une partie de son énergie cinétique à ceux-ci. Un électron collisionné subit, soit une transition vers un état plus énergétique : c'est l'excitation de l'atome ou il se trouve éjecté de l'atome: c'est

l'ionisation de l'atome. La collision inélastique est le processus de perte d'énergie dominant dans le domaine d'énergie allant des dizaines de keV jusqu'au GeV.

4) les collisions nucléaires : La collision nucléaire traduit les chocs élastiques directs avec les atomes de la substance. La structure électronique des atomes reste inchangée et il y a conservation de l'énergie cinétique et de la quantité du mouvement du système. La particule lourde cède de l'énergie aux noyaux et se trouve déviée de sa trajectoire initiale.

Les deux derniers mécanismes de perte d'énergie sont en compétition et leur importance relative dépend à la fois du projectile (énergie, masse, charge) et des caractéristiques de la cible. Toutefois il y a préférence de transfert de l'énergie vers les électrons, vu que la densité électronique est beaucoup plus grande que la densité atomique dans les matériaux. Ce qui fait de la diffusion inélastique avec les électrons le mécanisme prépondérant de perte d'énergie des particules chargées lourdes.

Lors de la collision d'une particule de masse au repos  $m_1$  et d'énergie cinétique  $T$  avec une deuxième particule de masse au repos  $m_2$  immobile, l'énergie transférée à cette dernière,  $T_{tr}$ , est comprise entre zéro et la valeur maximale  $(T_{tr})_{max}$  donnée par l'expression :

$$(T_{tr})_{max} = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2} T \quad (2.1)$$

Pour une particule chargée lourde de masse au repos  $M$  entrant en collision avec un électron de masse au repos  $m_e$ , la relation (2.1) donne (en posant  $m_1 = M$ ,  $m_2 = m_e$  et en tenant compte du fait que  $M \gg m_e$ ) :

$$(T_{tr})_{max} = \frac{4m_e}{M} T \quad (2.2)$$

La fraction d'énergie transférée lors de la collision d'une particule lourde avec un électron est généralement très petite. Par exemple pour une particule  $\alpha$  d'énergie cinétique  $T = 10 \text{ MeV}$ , nous obtenons  $(T_{tr})_{max}/T = 0.55 \times 10^{-3}$ . Donc le ralentissement des particules chargées lourdes par ce processus se fait par un grand nombre de très faibles échanges d'énergie.



Si  $T_{tr} > E_l$  où  $E_l$  est l'énergie de liaison de l'électron, ce dernier se libère de sa liaison avec le noyau, et il se trouve éjecté avec une énergie cinétique égale à la différence ( $T_{tr} - E_l$ ). L'atome est alors ionisé. Il y a création d'un ion positif et d'un électron libre dans le milieu. L'ionisation ne peut se produire que si la particule lourde ait au minimum une énergie donnée par :

$$(T_p)_{min} = \frac{M}{4 m_e} E_l \quad (2.3)$$

Par exemple, pour qu'un proton induit l'ionisation lors de son passage dans l'oxygène ( $E_l = 12.2 \text{ eV}$ ), il doit avoir une énergie cinétique au minimum égale à 5.6 keV.

Les électrons libérés, s'ils sont suffisamment énergétiques, peuvent, à leur tour, causer d'autres excitations et ionisations. Ces électrons secondaires énergétiques sont appelés rayons delta.

Si  $T_{tr} < E_l$ , l'énergie reçue par l'électron est insuffisante pour le libérer de sa liaison avec l'atome mais elle peut le porter à un niveau énergétique supérieur. Dans ce cas, on dit que l'atome est excité.

Si l'énergie transmise à l'électron ne permet pas l'excitation de l'atome, alors elle sera dissipée sous forme thermique (énergie cinétique de rotation, de vibration ou de translation des atomes du milieu.).

## 2.2 Pouvoir d'arrêt

Comme nous l'avons précisé précédemment, la collision électronique ou inélastique traduit l'interaction entre le projectile et le nuage électronique des atomes cibles menant à l'excitation et l'ionisation de ceux-ci. Cette interaction de nature coulombienne (elle dépend de l'inverse du carré de la distance et a une portée infinie) fait que la particule lourde interagit avec un grand nombre d'électrons en même temps et cède, continuellement, de son énergie au milieu. Ce processus de perte d'énergie, est assimilé au mouvement d'un projectile dans un milieu visqueux. Le dépôt d'énergie se fait tout le long du parcours de la particule lourde.

Le pouvoir d'arrêt linéaire (ou de ralentissement) d'un matériau pour une particule est une mesure de la quantité d'énergie que celle-ci perd par unité de longueur. Il est désigné par

$(-dE/dx)$ . Lorsque le pouvoir d'arrêt linéaire est rapporté ou normalisé à la densité atomique  $N$  du milieu, on parle de pouvoir d'arrêt atomique :

$$S = \frac{1}{N} \left( -\frac{dE}{dx} \right) \quad [MeV.cm^2/atome] \quad (2.4)$$

Dans les tables, il est d'usage d'utiliser le pouvoir d'arrêt massique qui est obtenu en divisant le pouvoir d'arrêt linéaire par la masse volumique  $\rho$  du matériau traversé :

$$\left( -\frac{dE}{dx} \right)_m = \frac{1}{\rho} \left( -\frac{dE}{dx} \right) \quad [MeV.cm^2.g^{-1}] \quad (2.5)$$

Le pouvoir d'arrêt total d'un milieu est en principe la somme du pouvoir d'arrêt électronique (inélastique) et le pouvoir d'arrêt nucléaire (élastique) qui traduit les collisions élastiques avec les atomes du milieu :

$$\left( -\frac{dE}{dx} \right)_{total} = \left( -\frac{dE}{dx} \right)_{nucléaire} + \left( -\frac{dE}{dx} \right)_{électronique} \quad (2.6)$$

Toutefois, la perte d'énergie due aux collisions élastiques n'est importante qu'à très basse énergie alors que la perte d'énergie par excitation et ionisation des atomes a tendance à dominer dès les dizaines de keV (figure 2.2). Dans la suite, nous ne portons attention qu'à ce dernier mécanisme de perte d'énergie et nous désignerons par  $(-dE/dx)$  le pouvoir d'arrêt électronique.

Le pouvoir d'arrêt,  $(-dE/dx)$ , dépend de la vitesse  $V$  du projectile et de sa charge  $ze$ . Trois domaines de vitesse sont à distinguer, définis par rapport à la quantité  $V_B z^{2/3}$  où  $V_B$  est la vitesse orbitale de Bohr donnée par  $V_B = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar)$  avec  $\hbar$  la constante de Planck réduite.

➤ Pour des vitesses  $V \gg V_B z^{2/3}$ , le pouvoir d'arrêt linéaire d'un milieu homogène composé d'un seul élément de numéro atomique  $Z$  et de poids atomique  $A$  pour une particule chargée lourde est donné avec une bonne approximation par la formule de Bethe et Bloch établie dans le contexte de la mécanique quantique relativiste :

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right) = NS_{BB} = \frac{e^4}{4\pi\epsilon_0^2 m_e c^2} \frac{\beta^2}{\beta^2} \frac{N_a \rho Z}{A} \left[ \ln\left(\frac{2 m_e c^2 \beta^2}{J}\right) - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 \right] \quad (2.7)$$

où  $J$  est le potentiel moyen d'excitation de l'atome cible,  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide,  $N_a$  le nombre d'Avogadro et  $\beta = V/C$  avec  $C$  la vitesse de la lumière dans le vide.

La formule (2.7) n'est qu'une approximation d'une relation plus générale qui intègre diverses corrections et dont l'expression est :

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right) = \frac{e^4}{4\pi\epsilon_0^2 m_e c^2} \frac{\beta^2}{\beta^2} \frac{N_a \rho Z}{A} \left[ \ln\left(\frac{2 m_e V^2}{J}\right) - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 - \frac{C_K}{Z} - \frac{\delta}{2} \right] \quad (2.8)$$

où  $C_K$  est une correction introduite pour tenir compte du fait que les électrons de la couche  $K$  sont bien liés pour pouvoir être éjectés facilement,  $\delta$  est une constante de correction de la densité de charge due au fait que le champ électrique de la particule incidente polarise les atomes près de sa trajectoire et mène à la réduction de la perte d'énergie.

Pour évaluer numériquement le pouvoir d'arrêt linéaire, il est préférable d'utiliser directement la relation suivante déduite de (2.7) en remplaçant les constantes par leurs valeurs :

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right) = 0.3071 \frac{\beta^2}{\beta^2} \frac{\rho Z}{A} \left[ \ln\left(\frac{1.02 \times 10^6 \beta^2}{J}\right) - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 \right] \quad [MeV.cm^{-1}] \quad (2.9)$$

Le pouvoir d'arrêt massique déduit de (2.9) a pour expression :

$$\left(-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}\right) = 0.3071 \frac{\beta^2}{\beta^2} \frac{Z}{A} \left[ \ln\left(\frac{1.02 \times 10^6 \beta^2}{J}\right) - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 \right] \quad [MeV.cm^2/g] \quad (2.10)$$

Le potentiel moyen d'excitation,  $J$ , est difficile à calculer. Il varie, approximativement, de façon linéaire avec  $Z$ . Il présente des irrégularités locales dues à la structure en couches de l'atome. L'estimation de la valeur de  $J$  est, souvent, faite à partir des formules empiriques suivantes :

$$J[eV] \cong \begin{cases} 19.0 & \text{pour } Z = 1 & (2.11) \\ 11.2 + 11.7 Z & \text{pour } 2 \leq Z \leq 13 & (2.12) \\ 52.8 + 8.71 Z & \text{pour } Z > 13 & (2.13) \end{cases}$$

La figure 2.1 illustre le pouvoir d'arrêt massique de différents matériaux pour les particules  $\alpha$ .

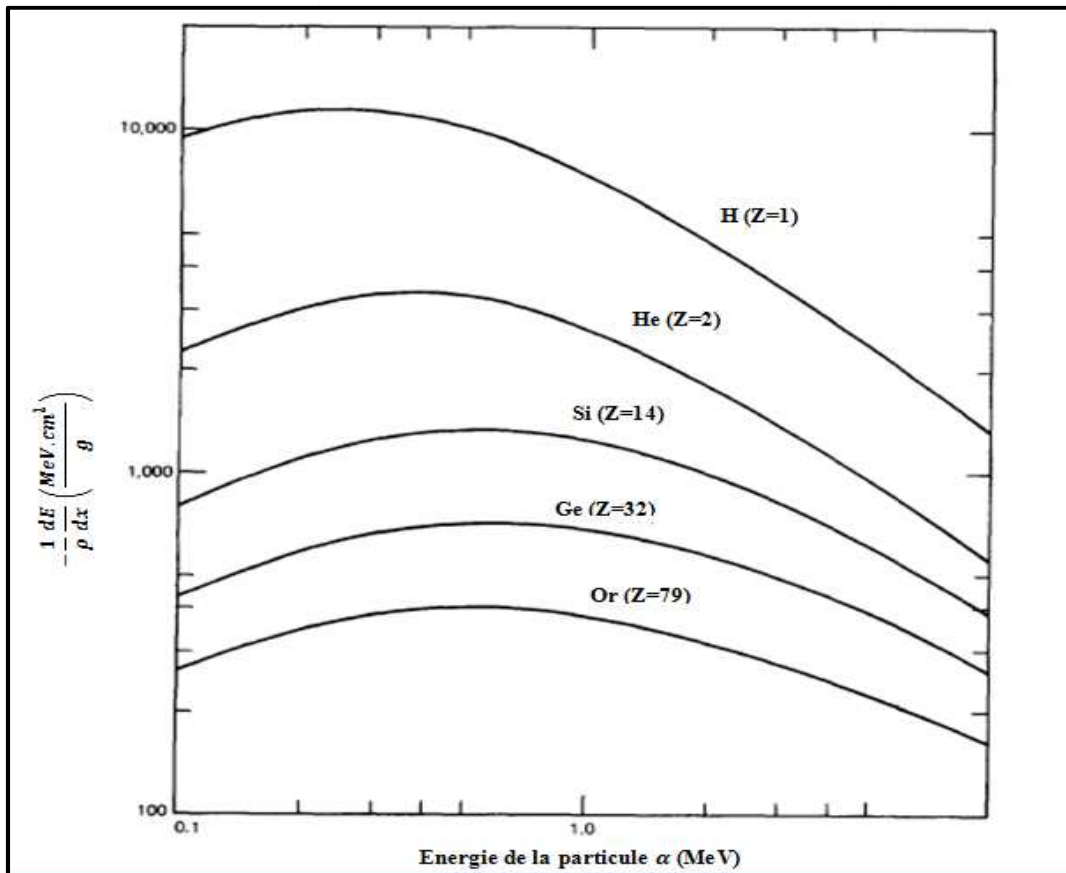


Figure 2.1. Pouvoir d'arrêt massique de différents matériaux pour les particules  $\alpha$ .

### Exemple 2.1

Utiliser la figure 2.1 pour trouver la perte d'énergie des particules  $\alpha$  de 1 MeV dans une feuille d'or d'épaisseur de  $5 \mu\text{m}$ . On donne  $\rho_{\text{Au}} = 19.32 \text{ g/cm}^3$ .

### Solution

De la figure 2.1 on constate que le pouvoir d'arrêt massique de l'or pour une particule  $\alpha$  de 1 MeV est égal à  $\sim 380 \text{ (MeV} \cdot \text{cm}^2)/\text{g}$ . Donc :

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = 380 \quad (2.14)$$

En tenant compte du fait que pour l'or  $\rho_{Au} = 19.32 \text{ g/cm}^3$ , alors le pouvoir d'arrêt linéaire est

$$-\frac{dE}{dx} = 380 \rho = 380 \times 19.32 = 7341.6 \frac{\text{MeV}}{\text{cm}} \quad (2.15)$$

Ce résultat signifie qu'à chaque centimètre parcouru dans d'or, la particule perd 7341.6 MeV. Donc, après la traversée de  $5 \mu\text{m}$ , la perte d'énergie sera :

$$\Delta E = 7341.6 \times 5 \times 10^{-4} = 3.671 \text{ MeV} \quad (2.16)$$

Ce résultat montre que toute l'énergie cinétique de la particule sera dissipée dans la feuille d'or. En fait 1 MeV permet à la particule  $\alpha$  de parcourir une distance d'environ  $1.36 \mu\text{m}$  dans l'or.

Pour un milieu composé de plusieurs éléments, le potentiel moyen d'excitation est évalué de l'expression :

$$\ln(J) = \frac{\sum_i a_i Z_i \ln(J_i)}{Z_{eff}} \quad (2.17)$$

avec :

$$Z_{eff} = \sum_i a_i Z_i \quad (2.18)$$

où  $Z_i$  est le numéro atomique de l'élément  $i$ ,  $a_i$  est le nombre d'atomes de l'élément  $i$  dans la molécule et  $J_i$  est le potentiel moyen d'excitation de l'élément  $i$ .

### **Exemple 2.2**

Calculer le potentiel moyen d'excitation de  $H_2O$ .

### **Solution**

Calculons les valeurs du potentiel moyen d'ionisation de l'hydrogène et de l'oxygène à partir des relations (2.11) et (2.12). Nous avons  $J_H = 19 \text{ eV}$  et

$$J_O = 11.2 + 11.7 Z_O = 11.2 + 11.7 \times 8 = 104.8 \text{ eV} \quad (2.19)$$

Ecrivons (2.18) sous la forme :

$$Z_{eff} = a_H Z_H + a_O Z_O \quad (2.20)$$

avec  $Z_H = 1$ ,  $Z_O = 8$ ,  $a_H = 2$  et  $a_O = 1$  puisque le numéro atomique de l'hydrogène est 1, de l'oxygène 8 et il y a dans une molécule de  $H_2O$  deux atomes d'hydrogène et un seul atome d'oxygène. La valeur de  $Z_{eff}$  est donc :

$$Z_{eff} = 2 \times 1 + 1 \times 8 = 10 \quad (2.21)$$

Appliquons, maintenant (2.17) :

$$\ln(\mathcal{J}) = \frac{a_H Z_H \ln(\mathcal{J}_H) + a_O Z_O \ln(\mathcal{J}_O)}{Z_{eff}} = \frac{2 \times 1 \times \ln(19) + 1 \times 8 \times \ln(104.8)}{10} = 4.311 \quad (2.22)$$

Ce qui donne pour le potentiel moyen d'excitation de  $H_2O$  la valeur  $\mathcal{J} = 74.51 \text{ eV}$ .

### **Exemple 2.3**

Un proton d'énergie cinétique  $T = 2.815 \text{ GeV}$  traverse une plaque en silicium ( ${}^{28}_{14}\text{Si}$ ) d'épaisseur  $d = 100 \text{ }\mu\text{m}$ . On donne la densité du silicium  $\rho = 2.33 \text{ g/cm}^3$ .

- 1- Estimer le pouvoir d'arrêt linéaire du silicium pour le proton.
- 2- Estimer le nombre de paires électron-trou produites par le proton en traversant la plaque si l'énergie nécessaire pour créer une paire électron-trou dans le silicium est  $W = 3.6 \text{ eV}$ .

### **Solution**

1- Calculons, tout d'abord, la valeur du potentiel moyen d'excitation de (2.13) en posant  $Z = 14$  :

$$\mathcal{J} = 52.8 + 8.71 \times 14 = 174.74 \text{ eV} \quad (2.23)$$

Pour le calcul de  $\beta^2$ , nous avons pour toute particule de masse au repos  $m$  et d'énergie cinétique  $T$  la relation relativiste :

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = T + mc^2 \quad (2.24)$$

Ce qui donne pour  $\beta^2$  l'expression :

$$\beta^2 = 1 - \left( \frac{mC^2}{T+mC^2} \right)^2 \quad (2.25)$$

Pour un proton d'énergie cinétique  $T = 2815 \text{ MeV}$  et de masse au repos  $m = m_p = 938.272 \text{ MeV}/C^2$  nous avons de (2.25) :

$$\beta^2 = 1 - \left( \frac{938.272}{2815+938.272} \right)^2 = 0.9375 \quad (2.26)$$

Utilisons les valeurs trouvées dans (2.23), (2.26),  $\beta = 1$ ,  $m_e C^2 = 0.511 \text{ MeV}$ ,  $A = 28$  et  $Z = 14$  pour calculer de (2.9) le pouvoir d'arrêt linéaire du silicium pour le proton :

$$\left( -\frac{dE}{dx} \right) = 0.3071 \frac{1^2}{0.9375} \frac{2.33 \times 14}{28} \left[ \ln \left( \frac{1.02 \times 10^6 \times 0.9375}{174.74} \right) - \ln(1 - 0.9375) - 0.9375 \right] \quad (2.27)$$

$$\left( -\frac{dE}{dx} \right) = 3.985 \text{ MeV/cm} \quad (2.28)$$

2- Le nombre de paires électron-trou produites par le passage du proton dans le silicium sur une épaisseur  $d = 100 \mu\text{m}$  est donné par :

$$n_{\text{paires}} = \frac{\left| \frac{dE}{dx} \right| \cdot d}{W} = \frac{(3.985 \times 10^6) \times (100 \times 10^{-4})}{3.6} = 11070 \text{ paires} \quad (2.29)$$

➤ Pour des vitesses  $V \ll V_B \beta^{2/3}$ , la formule de Bethe-Bloch n'est plus valable. Deux modèles fondés sur les collisions binaires sont souvent utilisés pour estimer le pouvoir d'arrêt du milieu dans ce domaine de vitesse : le modèle de Firsov et le modèle de Lindhard-Scharff-Schiott (LSS) (figure 2.2). Dans l'approche de Firsov, basée sur le modèle de Thomas-Fermi, le projectile et l'atome-cible sont supposés former une quasi-molécule durant la période de leur interaction. L'interaction entre les deux corps donne lieu à des échanges électroniques qui nécessitent l'acquisition d'impulsion provenant de la collision. Le pouvoir d'arrêt linéaire obtenu par Firsov est donné par :

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right) = 5.15 \cdot 10^{-15} N (Z + Z) \frac{V}{V_B} \left[\frac{eV}{cm}\right] \quad (2.30)$$

Dans le modèle LSS, le milieu dans lequel se produit l'interaction est décrit comme un gaz d'électrons libres. Les échanges d'électrons entre le projectile et les atomes cibles se traduisent par un transfert d'énergie au nuage électronique produisant des vibrations thermiques au sein de celui-ci. Selon ce modèle, l'expression du pouvoir d'arrêt est donnée par :

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right) = NS_{LS} = \frac{2 e^2 N a_B z^{7/6} Z}{\epsilon_0 (z^{2/3} + Z^{2/3})^{3/2}} \frac{V}{V_B} \quad (2.31)$$

où  $a_B = 0.529 \text{ \AA}$  est le rayon de Bohr.

➤ La région des vitesses intermédiaires  $V \approx V_B z^{2/3}$  est difficile à décrire théoriquement. Des phénomènes de perte et de capture d'électrons entre le projectile et les atomes du milieu interviennent. Le pouvoir d'arrêt dans cette région peut être décrit à partir de ceux des deux autres régions par une interpolation de la forme :

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{S_{BB}} + \frac{1}{S_{LS}}. \quad (2.32)$$

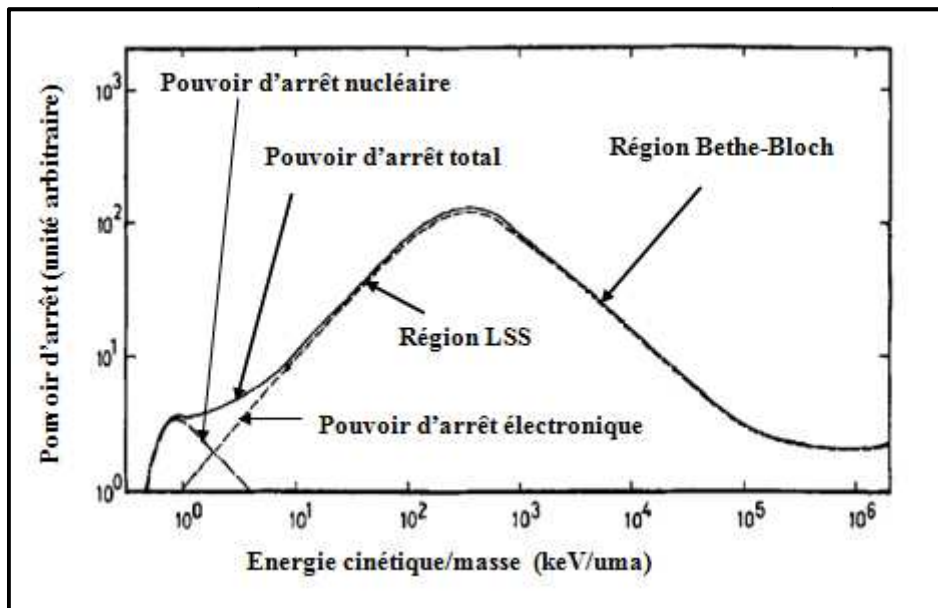


Figure 2.2. Représentation schématique du pouvoir d'arrêt des ions dans la matière.



Selon la règle d'additivité de Bragg, pour un milieu contenant plus d'un élément, le pouvoir d'arrêt du composé est la somme des pouvoirs d'arrêt dus à chacun des éléments, pondérés par leur abondance respective :

$$-\frac{1}{\rho} \left( \frac{dE}{dx} \right)_{\text{composé}} = \sum_i \omega_i \left[ -\frac{1}{\rho_i} \left( \frac{dE}{dx} \right)_i \right] \quad (2.33)$$

où  $\omega_i$  est la fraction en masse de l'élément  $i$  :

$$\omega_i = \frac{a_i A_i}{A_{\text{eff}}} \quad (2.34)$$

où  $A_i$  est le poids atomique de l'élément  $i$  et  $A_{\text{eff}}$  est le poids atomique effectif du milieu donné par :

$$A_{\text{eff}} = \sum_i a_i A_i \quad (2.35)$$

On peut obtenir une bonne approximation de la valeur du pouvoir d'arrêt du milieu polyatomique directement de la formule (2.10) en substituant  $Z_{\text{eff}}, J_{\text{eff}}$  à la place de  $Z, J$ .

#### **Exemple 2.4**

Calculer le pouvoir d'arrêt massique de l'air pour une particule  $\alpha$  d'énergie cinétique de  $8 \text{ MeV}$ . On suppose l'air composé de 21% d'oxygène et 79% d'azote. On donne la masse au repos de la particule  $\alpha$  :  $m_\alpha = 3727.38 \text{ MeV}/c^2$

#### **Solution**

Calculons de (2.25) la valeur de  $\beta^2$  pour la particule  $\alpha$  :

$$\beta^2 = 1 - \left( \frac{m_\alpha c^2}{T + m_\alpha c^2} \right)^2 = 1 - \left( \frac{3727.38}{8 + 3727.38} \right)^2 = 0.00428 \quad (2.36)$$

Pour l'oxygène : on a de (2.12) :

$$J_o = 11.2 + 11.7 \times Z = 11.2 + 11.7 \times 8 = 104.8 \text{ eV} \quad (2.37)$$

De (2.10) nous avons pour le pouvoir d'arrêt massique avec  $z = 2, Z = 8$  et  $A = 16$  :

$$\left(-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}\right)_O = \frac{0.3071 \times 2^2 \times 8}{16 \times 0.00428} \left[ \ln\left(\frac{1.02 \times 10^6 \times 0.00428}{104.8}\right) - \ln(1 - 0.00428) - 0.00428 \right]$$

$$\left(-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}\right)_O = 535.186 \text{ MeV.cm}^2/g \quad (2.38)$$

Pour l'azote, nous avons de (2.12) :

$$J_N = 11.2 + 11.7 \times Z = 11.2 + 11.7 \times 7 = 93.1 \text{ eV} \quad (2.39)$$

Pour trouver la valeur du pouvoir d'arrêt massique de l'azote pour la particule  $\alpha$ , posons dans (2.10)  $z = 2$ ,  $Z = 7$  et  $A = 14$ ,  $J = 93.1 \text{ eV}$  et  $\beta^2 = 0.00428$  :

$$\left(-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}\right)_N = \frac{0.3071 \times 2^2 \times 7}{14 \times 0.00428} \left[ \ln\left(\frac{1.02 \times 10^6 \times 0.00428}{93.1}\right) - \ln(1 - 0.00428) - 0.00428 \right]$$

$$\left(-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}\right)_N = 552.1840 \text{ MeV.cm}^2/g \quad (2.40)$$

Pour l'air nous avons de la relation (2.33) :

$$\left(-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}\right)_{air} = 0.21 \left(-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}\right)_O + 0.79 \left(-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}\right)_N \quad (2.41)$$

$$\left(-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}\right)_{air} = 0.21 \times (535.186) + 0.79 \times (552.1840) = 548.614 \text{ MeV.cm}^2/g \quad (2.42)$$

### **Exemple 2.5**

Calculer le pouvoir d'arrêt de l'eau pour un proton d'énergie cinétique  $T = 10 \text{ MeV}$ . On donne le potentiel moyen d'excitation de l'eau  $J = 74.6 \text{ eV}$ .

### **Solution**

La valeur de  $\beta^2$  se calcule de (2.25) :

$$\beta^2 = 1 - \left(\frac{m_p c^2}{T + m_p c^2}\right)^2 = 1 - \left(\frac{938.272}{10 + 938.272}\right)^2 = 0.021 \quad (2.43)$$

Nous évaluons  $Z$  et  $A$  pour  $H_2O$  à partir des relations (2.18) et (2.35). On trouve :

$$Z = \sum_i a_i Z_i = 2 \times 1 + 1 \times 8 = 10 \quad (2.44)$$

$$A = \sum_i a_i A_i = 2 \times 1 + 1 \times 16 = 18 \quad (2.45)$$

Calculons de (2.9) le pouvoir d'arrêt de l'eau pour le proton en posant  $z = 1$ ,  $Z = 10$ ,  $A = 18$ ,  $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$  :

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right) = 0.3071 \frac{1^2}{0.021} \frac{1 \times 10}{18} \left[ \ln\left(\frac{1.02 \times 10^6 \times 0.021}{74.6}\right) - \ln(1 - 0.021) - 0.021 \right] \quad (2.46)$$

ce qui donne le pouvoir d'arrêt linéaire de  $H_2O$  pour le proton :

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right) = 45.985 \text{ Mev/cm} \quad (2.47)$$

### 2.3. Parcours d'une particule

Les particules chargées lourdes ont, dans la matière, une trajectoire pratiquement rectiligne comme en témoignent les traces laissées par celles-ci dans les chambres à brouillard (figure 2.3).

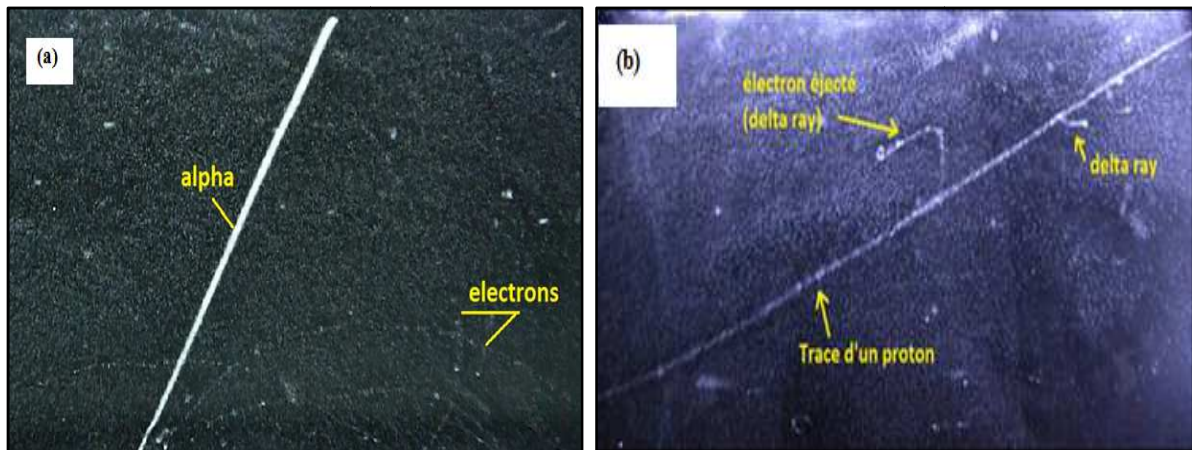


Figure 2.3. Traces des particules chargées lourdes dans des chambres à brouillard. (a) trace d'une particule  $\alpha$  issue de la désintégration du Thorium. (b) trace d'un proton.

La connaissance de la perte d'énergie d'une particule est une donnée fondamentale dans l'étude du ralentissement. Elle permet l'estimation du parcours,  $R$ , qui est la longueur totale de la trajectoire de la particule dans le milieu lorsque son énergie décroît de  $E_0$  à 0 :

$$R = \int_0^R dx = \int_{E_0}^0 \frac{dE}{\left(\frac{dE}{dx}\right)} = \int_0^{E_0} \frac{dE}{\left(-\frac{dE}{dx}\right)} \quad (2.48)$$

où  $E_0$  est la valeur au départ de l'énergie cinétique de la particule. Le calcul de l'intégrale dans (2.48) n'est pas simple à faire et il n'existe pas de relations théoriques exactes donnant le parcours  $R$ .

La détermination expérimentale de la valeur du parcours peut être faite en envoyant un faisceau parallèle de particules monoénergétiques à travers différentes épaisseurs du matériau étudié dit aussi absorbeur (figure 2.4).

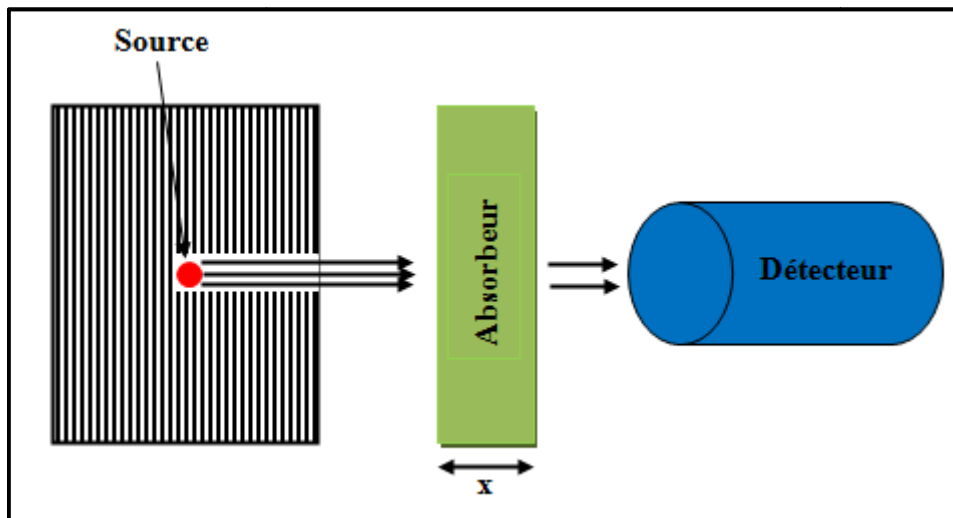


Figure 2.4. Schéma d'une expérience de transmission.

On mesure à chaque fois le nombre de particules transmises  $I$  par rapport au nombre de particules détectées lorsqu'il n'y a pas d'absorbeur ;  $I_0$ . Une courbe de transmission donnant  $I/I_0$  en fonction de l'épaisseur  $x$  de l'absorbeur est tracée (figure 2.5).

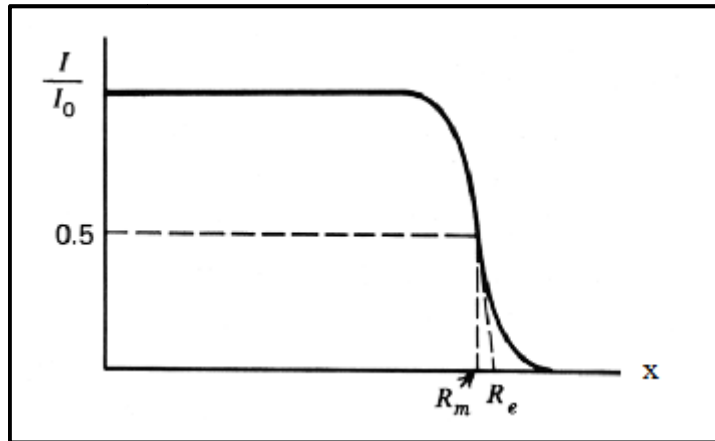


Figure 2.5. Courbe de transmission pour les particules chargées lourdes.

On constate que pour des valeurs faibles de l'épaisseur  $x$ , la quasi-totalité des particules incidentes atteignent le détecteur. Les particules perdent une partie de leur énergie cinétique lors de leur passage à travers l'absorbant mais leur trajectoire rectiligne fait qu'elles parviennent presque toutes au détecteur. On mesure donc  $I/I_0 = 1$ . On n'enregistre aucune atténuation dans le nombre de particules transmises jusqu'à ce que l'épaisseur de l'absorbant atteigne une valeur au-dessus de laquelle une décroissance rapide de l'intensité du faisceau détecté vers zéro est observée. Les particules perdent alors la totalité de leur énergie dans le milieu et n'atteignent pas le détecteur.

Deux grandeurs relatives au parcours sont définies à partir de la courbe de transmission. Le parcours moyen, noté  $R_m$ , est défini comme étant l'épaisseur du matériau absorbant pour laquelle la moitié des particules incidentes sont transmises ;  $I/I_0 = 0.5$ . Cette grandeur dépend des caractéristiques de la particule chargée lourde mais aussi du milieu traversé. On parle aussi souvent du parcours extrapolé désigné par  $R_e$ . Il est obtenu de l'extrapolation de la partie linéaire de l'extrémité de la courbe de transmission vers le rapport d'intensité zéro.

On trouve, dans la littérature, des relations semi-empiriques donnant le parcours  $R$  pour différentes particules et différents milieux. Par exemple pour des particules  $\alpha$  dans l'air à  $15^\circ\text{C}$  et une pression de 1 atm une valeur approximative du parcours peut être obtenue à partir de l'une des relations suivantes :

$$R[\text{cm}] = \begin{cases} 0.56 T_\alpha & \text{pour } T_\alpha < 4 \text{ MeV} \\ 1.24 T_\alpha - 2.62 & \text{pour } 4 \leq T_\alpha < 8 \text{ MeV} \end{cases} \quad (2.49)$$

$$R[mm] = \begin{cases} e^{1.61\sqrt{T_\alpha}} & \text{pour } 1 < T_\alpha < 4 \text{ MeV} \\ (0.05 T_\alpha + 2.85) T_\alpha^{3/2} & \text{pour } 4 \leq T_\alpha < 15 \text{ MeV} \end{cases} \quad (2.50)$$

où  $T_\alpha$  est l'énergie cinétique de la particule  $\alpha$  en MeV.

Pour la particule  $\alpha$  dans un élément pur de numéro atomique  $Z$  nous avons les expressions:

$$\frac{R[mg/cm^2]}{R_{air}[mg/cm^2]} = \begin{cases} 1.00 + (0.06 - 0.0086 Z) \log_{10} \left( \frac{T_\alpha}{4} \right) , & Z < 10 \\ (0.90 + 0.0275 Z) + (0.06 - 0.0086 Z) \log_{10} \left( \frac{T_\alpha}{4} \right) , & 10 < Z < 15 \\ \frac{(0.90 + 0.0275 Z)}{0.005 Z} + \frac{(0.06 - 0.0086 Z)}{0.005 Z} \log_{10} \left( \frac{T_\alpha}{4} \right) , & Z > 15 \end{cases} \quad (2.51)$$

$R_{air}$  étant le parcours de la particule  $\alpha$  dans l'air donné en  $mg/cm^2$ .

Pour le parcours d'un proton d'énergie allant de 10 MeV jusqu'à 200 MeV, dans l'air, on trouve la relation suivante :

$$R_{air}[cm] = 100 \left( \frac{T_p}{9.3} \right)^{1.8} \quad (2.52)$$

$T_p$  étant l'énergie cinétique du proton en MeV. Dans l'aluminium, le parcours du proton peut être estimé de l'expression suivante :

$$R_{Al}[\mu m] = \begin{cases} 14.21 T_p^{1.5874} & \text{pour } 1 \text{ MeV} < T_p < 2.7 \text{ MeV} \\ \frac{10.5 T_p^2}{0.68 + 0.434 \ln(T_p)} & \text{pour } 2.7 \text{ MeV} \leq T_p < 20 \text{ MeV} \end{cases} \quad (2.53)$$

La figure 2.6 représente la variation du parcours des particules  $\alpha$  dans différents matériaux et la figure 2.7 illustre le parcours de différentes particules dans le silicium.

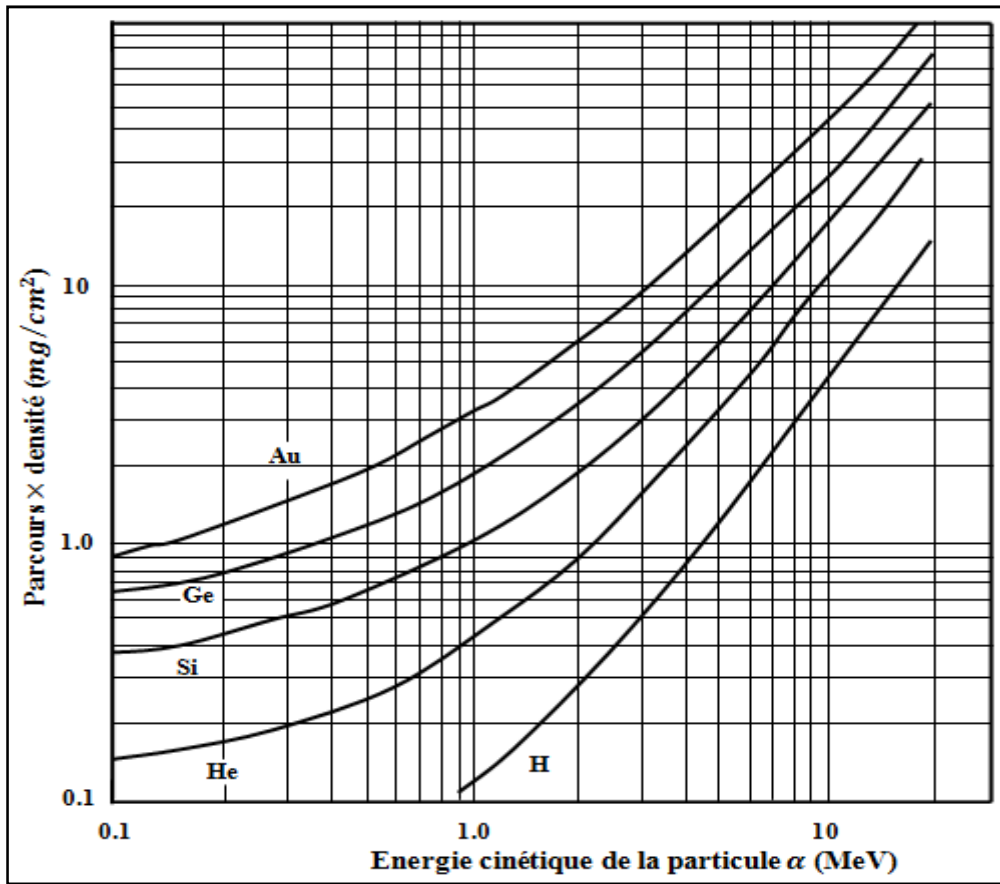


Figure 2.6. Parcours des particules  $\alpha$  dans différents matériaux.

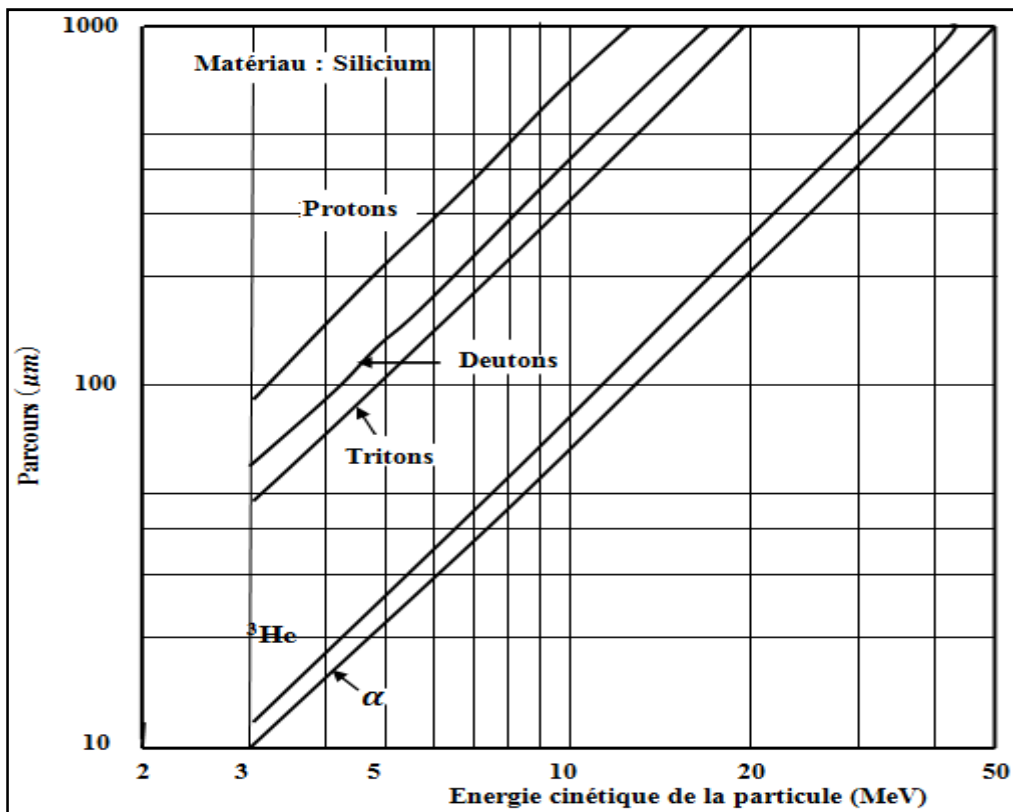


Figure 2.7. Parcours de différentes particules dans le silicium.

**Exemple 2.6**

À l'aide de la figure (2.7) estimer l'énergie perdue par un faisceau de protons d'énergie 5 MeV après son passage à travers un milieu en silicium d'épaisseur  $100 \mu\text{m}$ .

**Solution**

De la figure 2.7, un proton de 5 MeV a un parcours de  $\sim 210 \mu\text{m}$ . Puisque le proton n'a parcouru dans le silicium que  $100 \mu\text{m}$ , alors il lui reste de l'énergie pour parcourir  $110 \mu\text{m}$  en plus dans ce matériau. Cette énergie restante est d'après la figure 2.7 égale à  $3.1 \text{ MeV}$ . Donc l'énergie perdue par le proton en traversant  $100 \mu\text{m}$  de silicium est  $5 - 3.1 = 1.9 \text{ MeV}$ .

**2.4. Straggling en énergie**

Lorsqu'une particule chargée lourde parcourt une distance  $\Delta x$  dans un milieu, elle perd une quantité d'énergie  $\Delta E$  égale :

$$\Delta E = \left( -\frac{dE}{dx} \right) \Delta x \quad (2.54)$$

où  $(-dE/dx)$  est évaluée de (2.9). En fait la valeur donnée par (2.54) n'est qu'une valeur moyenne puisque des particules identiques monoénergétiques traversant la même épaisseur  $\Delta x$  ne cèderont pas exactement la même quantité d'énergie au milieu. On observe une distribution de l'énergie perdue autour de la valeur moyenne  $\Delta E$ . Ceci est attribué au fait que les particules ne subissent pas toutes le même nombre de collisions et la quantité d'énergie transférée aux électrons atomiques diffère d'une collision à une autre. Donc la perte d'énergie d'une particule chargée dans un milieu est un processus statistique. La fluctuation autour de la valeur moyenne  $\Delta E$  est appelée Straggling en énergie.

Pour des absorbeurs épais le nombre de collisions est grand et la distribution de la perte d'énergie approche une forme gaussienne. Dans des absorbeurs de petites épaisseurs, le nombre de collisions est réduit et la distribution de la perte d'énergie est caractérisée par une queue étirée vers les pertes élevées. Donc, la distribution est asymétrique et la valeur la plus probable de la perte d'énergie diffère de sa valeur moyenne.



## 2.5. Stragglings en parcours

Les expériences de transmission ont montré que les particules lourdes ne sont pas toutes arrêtées par une même épaisseur de l'absorbeur. Une certaine dispersion des parcours autour de la valeur moyenne  $R_m$  est observée (figure 2.8). Cette fluctuation qui est appelée stragglings en parcours est due au processus aléatoire de ralentissement. La distribution statistique des parcours  $a$ , en première approximation, a une forme gaussienne.

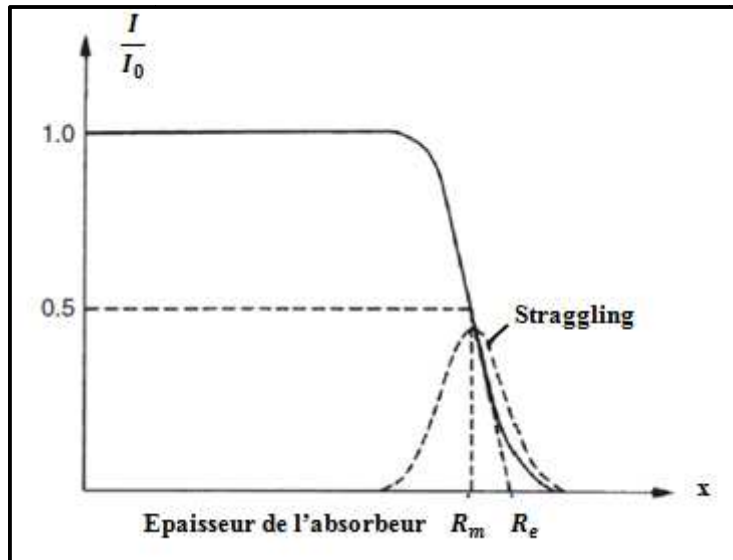


Figure 2.8. Schéma de fluctuation du parcours.

## 2.6. Courbe de Bragg

Le dépôt d'énergie des particules lourdes chargées le long de leur trajectoire dans un milieu provoque l'ionisation des atomes et la production des paires d'ions. Soit  $\Delta n_p$  le nombre de paires produites dans un élément de longueur  $\Delta x$  de la trajectoire. On appelle ionisation spécifique la quantité :

$$J_s = \frac{\Delta n_p}{\Delta x} \quad (2.55)$$

L'étude de l'ionisation spécifique d'une seule particule en fonction de la distance de pénétration dans le milieu donne une courbe dont l'allure est représentée sur la figure 2.9-a. Elle est caractérisée par l'existence d'un maximum très accentué précédant une chute brutale. Pour un faisceau de particules, la courbe de l'ionisation spécifique moyenne (due à l'ensemble des particules et qui inclue les effets du stragglings) appelée courbe de Bragg a un

pic plus large et une descente en ligne presque droite suivie d'une queue étirée au-delà du parcours moyen (figure 2.9-b).

Durant le ralentissement de la particule dans la matière, le taux de la perte d'énergie change avec le changement de l'énergie cinétique. On enregistre une augmentation croissante de l'énergie déposée par unité de longueur (et donc de l'ionisation spécifique). Le dépôt est particulièrement élevé vers la fin du parcours. Ce comportement est mis à profit dans les traitements de radiothérapie où l'on désire donner une grande dose de radiation à une certaine profondeur en épargnant les tissus se trouvant après la zone à traiter.

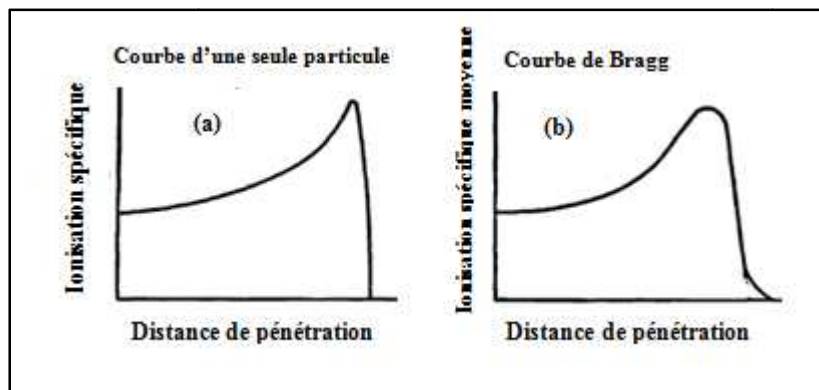


Figure 2.9. Courbe de l'ionisation spécifique en fonction de la distance de pénétration dans le milieu.

## 2.7. Temps d'arrêt

Le temps mis par une particule chargée pour s'arrêter dans un milieu peut être estimé à partir de son parcours  $R$  et sa vitesse moyenne de ralentissement  $\langle V \rangle$  :

$$t \simeq \frac{R}{\langle V \rangle} \quad (2.56)$$

Si l'on suppose que la relation entre  $\langle V \rangle$  et la vitesse initiale  $V_0$  est de la forme  $\langle V \rangle = kV_0$ , alors on peut écrire :

$$t = \frac{R}{kV_0} \quad (2.57)$$

Pour une particule non relativiste de masse  $m$  et d'énergie cinétique initiale  $T = mV_0^2/2$  nous avons :

$$V_0 = \sqrt{\frac{2T}{m}} \quad (2.58)$$

Ce qui donne pour le temps d'arrêt l'expression :

$$t = \frac{R}{k} \sqrt{\frac{m}{2T}} = \frac{R}{k} \sqrt{\frac{mC^2}{2TC^2}} \quad (2.59)$$

Soit finalement

$$t = \frac{R}{kC} \sqrt{\frac{mC^2}{2T}} \quad (2.60)$$

### **Exemple 2.7**

Estimer le temps d'arrêt d'une particule  $\alpha$  d'énergie cinétique  $T = 5 \text{ MeV}$  dans un milieu composé de silicium de densité  $\rho_{Si} = 2.33 \text{ g/cm}^3$ . On suppose que la vitesse moyenne de ralentissement de la particule dans ce milieu est  $\langle V \rangle = 0.6 V_0$  où  $V_0$  est la vitesse initiale de la particule.

On donne la masse au repos de la particule  $\alpha$  :  $m_\alpha = 3727.38 \text{ MeV}/C^2$

### **Solution**

Le temps de ralentissement d'une particule dans un milieu peut être estimé approximativement de la relation (2.60) en posant  $k = 0.6$  :

$$t = \frac{R}{0.6 C} \sqrt{\frac{m C^2}{2T}} \quad (2.61)$$

De la figure 2.6 nous avons pour la particule  $\alpha$  de  $T = 5 \text{ MeV}$  traversant le silicium la valeur du (parcours×densité) :

$$R \rho = 6 \frac{mg}{cm^2} = 6 \times 10^{-3} \frac{g}{cm^2} \quad (2.62)$$

ce qui donne pour le parcours

$$R = \frac{6 \times 10^{-3}}{\rho} \frac{g}{cm^2} = \frac{6 \times 10^{-3}}{2.33 (g/cm^3)} \frac{g}{cm^2} = 0.00257 \text{ cm} = 2.57 \times 10^{-5} m \quad (2.63)$$

Le temps d'arrêt de la particule  $\alpha$  dans le silicium est de (2.61) :

$$t = \frac{R}{0.6 c} \sqrt{\frac{m c^2}{2 T}} = \frac{2.57 \times 10^{-5}}{0.6 \times 3 \times 10^8} \sqrt{\frac{3727.38}{2 \times 5}} = 2.76 \times 10^{-12} \text{ s} \quad (2.64)$$

## 2.8. Lois de conversion

Dans un milieu donné, si l'on connaît la perte d'énergie et le parcours d'une particule de masse  $m_1$  et de charge  $z_1 e$ , alors la perte d'énergie et le parcours d'une particule de masse  $m_2$  et de charge  $z_2 e$  et qui a la même vitesse que la première particule peuvent être estimés aisément.

L'expression (2.7) donnant le pouvoir d'arrêt linéaire d'un milieu pour une particule lourde de charge  $ze$  et de vitesse  $V = \beta c$  peut être réécrite sous la forme :

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right) = z^2 \left\{ \frac{e^4}{4\pi\epsilon_0^2 m_e c^2} \frac{1}{\beta^2} \frac{N_a \rho Z}{A} \left[ \ln\left(\frac{2 m_e c^2 \beta^2}{J}\right) - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 \right] \right\} \quad (2.65)$$

En posant

$$f(\beta) = \frac{e^4}{4\pi\epsilon_0^2 m_e c^2} \frac{1}{\beta^2} \frac{N_a \rho Z}{A} \left[ \ln\left(\frac{2 m_e c^2 \beta^2}{J}\right) - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 \right] \quad (2.66)$$

Nous aurons :

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right) = z^2 f(\beta) \quad (2.67)$$

Pour un milieu donné,  $f(\beta)$  est uniquement fonction de la vitesse de la particule. Transformons, maintenant, la relation générale (2.25) donnant  $\beta$  à la forme :

$$\beta = \sqrt{1 - \left(\frac{m c^2}{T + m c^2}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{1 + \frac{T}{m c^2}}\right)^2} \quad (2.68)$$

En posant  $\beta = g(T/m)$ , la relation (2.67) devient :

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right) = \beta^2 g\left(\frac{T}{m}\right) \quad (2.69)$$

Si deux particules de masses  $m_1$  et  $m_2$  et d'énergies cinétiques  $T_1$  et  $T_2$  ont la même vitesse  $\beta_1 C = \beta_2 C$ , alors le facteur de Lorentz,  $\gamma$ , pour les deux particules sera le même. L'énergie cinétique de chaque particule s'écrit :

$$T_1 = m_1 C^2 (\gamma - 1) \quad (2.70)$$

$$T_2 = m_2 C^2 (\gamma - 1) \quad (2.71)$$

Par division des deux relations membre à membre, nous trouvons l'expression suivante entre les énergies cinétiques des deux particules et leurs masses :

$$\frac{T_2}{m_2} = \frac{T_1}{m_1} \quad (2.72)$$

Ecrivons (2.69) pour les deux particules :

$$\left(-\frac{dE_1}{dx}\right) = \beta_1^2 g\left(\frac{T_1}{m_1}\right) \quad (2.73)$$

$$\left(-\frac{dE_2}{dx}\right) = \beta_2^2 g\left(\frac{T_2}{m_2}\right) \quad (2.74)$$

En tenant compte de la relation (2.72), nous obtenons le pouvoir d'arrêt d'une particule dans un milieu à partir de la perte d'énergie d'une autre particule qui à la même vitesse :

$$\frac{dE_2}{dx}(T_2) = \frac{\beta_2^2}{\beta_1^2} \frac{dE_1}{dx}\left(T_2 \frac{m_1}{m_2}\right) \quad (2.75)$$

Ainsi, une particule  $\alpha$  (qui a  $\beta = 2$ ) perd 4 fois plus d'énergie qu'un proton ( $\beta = 1$ ) de même vitesse.

Pour le parcours, utilisons (2.67) pour écrire (2.48) comme suit :

$$R = \int_0^{E_0} \frac{dE}{\beta^2 f(\beta)} \quad (2.76)$$

De l'expression de l'énergie totale d'une particule  $E = \frac{m c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$  nous avons :

$$dE = m c^2 \beta (1 - \beta^2)^{-3/2} d\beta = m H(\beta) d\beta \quad (2.77)$$

ceci permet d'écrire (2.76) sous la forme :

$$R = \frac{m}{\beta_0^2} \int_0^{\beta_0} \frac{H(\beta) d\beta}{f(\beta)} = \frac{m}{\beta_0^2} K(\beta_0) \quad (2.78)$$

$\beta_0 c$  est la vitesse initiale de la particule lourde.

Pour deux particules dont les parcours sont  $R_1$  et  $R_2$  et qui ont la même vitesse initiale  $\beta_0 c$  traversant le même milieu nous avons de (2.78) :

$$\begin{cases} R_1 = \frac{m_1}{\beta_1^2} K(\beta_0) \\ R_2 = \frac{m_2}{\beta_2^2} K(\beta_0) \end{cases} \quad (2.79)$$

d'où :

$$R_2(T_2) = \frac{m_2}{m_1} \frac{\beta_1^2}{\beta_2^2} R_1 \left( T_2 \frac{m_1}{m_2} \right) \quad (2.80)$$

La relation de Bragg-Kleeman permet de connaître le parcours d'une particule dans un milieu à partir de la connaissance de son parcours dans un autre milieu :

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{\sqrt{A_2}}{\sqrt{A_1}} \quad (2.81)$$

où  $\rho_1, \rho_2$  sont les densités des milieux concernés et  $A_1, A_2$  leur poids atomique.

Dans un milieu composé de plusieurs éléments, le parcours,  $R_C$ , d'une particule peut être estimé de l'expression :

$$R_C = \frac{A_C}{\sum_i \frac{a_i A_i}{R_i}} \quad (2.82)$$

où  $A_C$  est le poids moléculaire du composé et  $R_i$  le parcours de la particule dans l'élément  $i$ .

### **Exemple 2.8**

On donne une particule  $\alpha$  traversant l'air avec une énergie cinétique  $T = 5 \text{ MeV}$ .

- 1- Calculer le parcours de la particule dans l'air
- 2- Calculer l'épaisseur nécessaire d'un écran en aluminium pour arrêter complètement la particule  $\alpha$ .
- 3- Quel est le parcours d'un proton de même vitesse que la particule  $\alpha$  dans l'aluminium ?

On donne :  $m_\alpha C^2 = 3727.38 \text{ MeV}$ ,  $m_p C^2 = 938.272 \text{ MeV}$ ,  $\rho_{air} = 1.226 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ ,  $\rho_{Al} = 2.6989 \text{ g/cm}^3$ ,  $A_{air} = 14.6$  et  $A_{Al} = 27$ .

### **Solution**

1- Le parcours de la particule  $\alpha$  dans l'air est donné par la deuxième relation dans (2.49)

$$(R_\alpha)_{air}(cm) = 1.24 T_\alpha - 2.62 \quad (T_\alpha \text{ en MeV})$$

$$(R_\alpha)_{air} = 1.24 \times 5 - 2.62 = 3.6 \text{ cm} \quad (2.83)$$

2- Pour calculer le parcours de la particule dans l'aluminium, nous utilisons la relation de Bragg-Kleeman (2.81) :

$$\frac{(R_\alpha)_{Al}}{(R_\alpha)_{air}} \approx \frac{\rho_{air}}{\rho_{Al}} \frac{\sqrt{A_{Al}}}{\sqrt{A_{air}}} \quad (2.84)$$

Ce qui donne :

$$(R_{\alpha})_{Al} \approx (R_{\alpha})_{air} \frac{\rho_{air}}{\rho_{Al}} \frac{\sqrt{A_{Al}}}{\sqrt{A_{air}}} = 3.6 \times \frac{1.226 \times 10^{-3}}{2.7} \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{14.6}} = 22.2 \times 10^{-4} \text{ cm} \quad (2.85)$$

3- Le parcours du proton qui a la même vitesse que la particule  $\alpha$  dans l'aluminium peut être calculé de la relation (2.80) :

$$(R_p)_{Al} = \frac{m_p}{m_{\alpha}} \frac{z_{\alpha}^2}{z_p^2} (R_{\alpha})_{Al} \quad (2.86)$$

L'application numérique donne :

$$(R_p)_{Al} = \frac{938.272}{3727.38} \frac{2^2}{1^2} \times 22.2 \times 10^{-4} = 22.35 \times 10^{-4} \text{ cm} \quad (2.87)$$



**Chapitre 3**

---

***Interaction des électrons avec la matière***

### 3.1. Introduction

Le passage des électrons à travers la matière donne lieu à des interactions diverses. Ils interagissent avec les électrons ou les noyaux du milieu traversé et perdent de leur énergie. À cause de la petite masse des électrons qui est 1836 fois inférieure à celle du proton, les électrons subissent des déviations beaucoup plus importantes que les particules lourdes chargées et leur trajectoire est assimilée à une ligne brisée. Les électrons sont considérés comme relativistes à des énergies allant au-delà de 30 keV.

Les processus provoquant la perte d'énergie des électrons et donc leur ralentissement dans la matière sont :

- 1) La diffusion inélastique sur les électrons atomiques : Cette interaction de nature coulombienne conduit à des ionisations ou des excitations des atomes du milieu (figure 3.1). Il est à noter que contrairement au cas des particules chargées lourdes, les collisions maintenant se font entre deux particules identiques et qu'une fraction importante de l'énergie peut être transférée dans une seule collision. Les deux particules après la collision sont indiscernables.
- 2) La diffusion élastique sur les noyaux : Sous l'effet du champ coulombien du noyau, la trajectoire de l'électron est grandement perturbée, mais sa perte d'énergie est négligeable. Ce phénomène devient de plus en plus important lorsque le numéro atomique de l'élément cible augmente et l'énergie de l'électron est faible.
- 3) La diffusion inélastique sur les noyaux : Dans ce phénomène, un électron de haute énergie se trouve dévié dans le champ coulombien d'un noyau du milieu. Le changement de la trajectoire de l'électron s'accompagne par l'émission d'un rayonnement de freinage.

### 3.2. Perte d'énergie par collisions

La perte d'énergie des électrons rapides par diffusion sur les électrons atomiques du milieu peut être estimée à partir de la formule de Bethe similaire à celle des particules chargées lourdes :

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col} = 2\pi r_e^2 m_e C^2 \frac{N_a \rho Z}{A \beta^2} \left[ \ln \left( \frac{\tau^2(\tau+2)}{2 (1/m_e C^2)^2} \right) + F(\tau) \right] \quad (3.1)$$

où  $r_e$  est le rayon classique de l'électron ;  $r_e = e^2 / (4\pi\epsilon_0 m_e C^2) = 2.818 \times 10^{-13} \text{ cm}$  et  $F(\tau)$  donné par :

$$F(\tau) = 1 - \beta^2 + \frac{\tau^2 - (2\tau + 1) \ln 2}{(\tau + 1)^2} \quad (3.2)$$

et  $\tau$  est le rapport entre l'énergie cinétique de l'électron et son énergie au repos :

$$\tau = \frac{T}{m_e c^2} \quad (3.3)$$

Pour estimer numériquement le taux de la perte d'énergie des électrons par collisions, il est plus commode d'utiliser directement la relation suivante qui est déduite de (3.1) en remplaçant les constantes par leurs valeurs numériques :

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col} = 0.1535 \frac{\rho Z}{A \beta^2} \left[ \ln \left( \frac{\tau^2(\tau+2)}{2(J/m_e c^2)^2} \right) + F(\tau) \right] \quad [MeV.cm^{-1}] \quad (3.4)$$

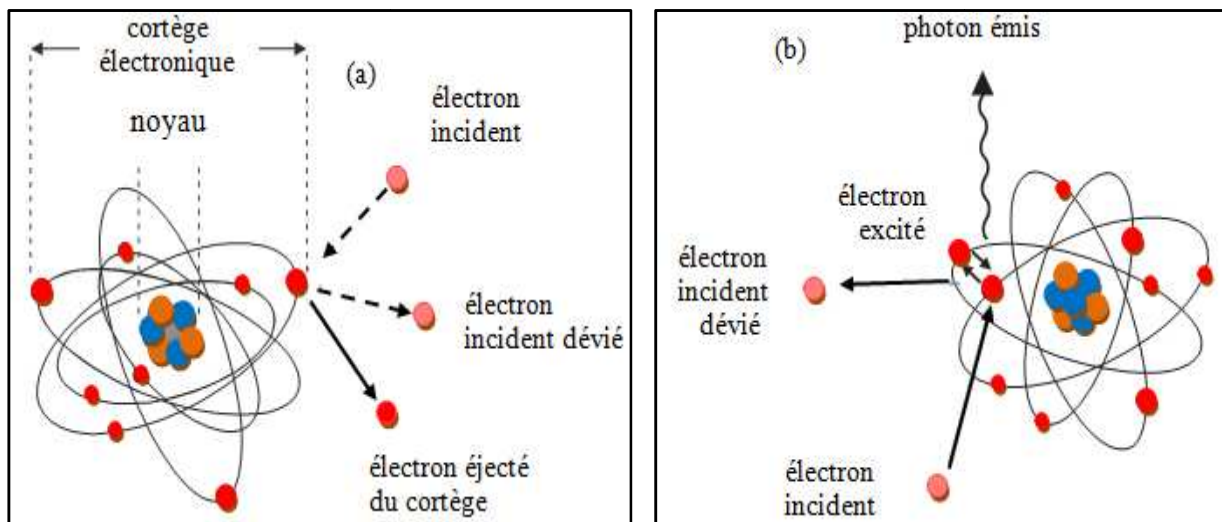


Figure 3.1. Schéma d'excitation et d'ionisation d'un atome.

### Exemple 3.1

On envoie un faisceau d'électrons d'énergie cinétique  $T = 2 \text{ MeV}$  sur une feuille en cuivre ( ${}^{63}_{29}\text{Cu}$ ).

- Calculer le pouvoir d'arrêt du cuivre pour les électrons.

On donne la densité du cuivre  $\rho_{Cu} = 8.96 \text{ g/cm}^3$ .

**Solution**

Calculons, de la relation (2.25), la valeur de  $\beta^2$  pour des électrons de masse au repos  $m_e = 0.511 \text{ MeV}/c^2$  et d'énergie cinétique  $T = 2 \text{ MeV}$  :

$$\beta^2 = 1 - \left( \frac{m_e c^2}{T + m_e c^2} \right)^2 = 1 - \left( \frac{0.511}{2 + 0.511} \right)^2 = 0.9586 \quad (3.5)$$

Calculons de (3.2) et (3.3)  $\tau$  et  $F(\tau)$  :

$$\tau = \frac{T}{m_e c^2} = \frac{2}{0.511} = 3.9139 \quad (3.6)$$

$$F(\tau) = 1 - 0.9586 + \frac{\frac{3.9139^2}{8} - (2 \times 3.9139 + 1) \ln 2}{(3.9139 + 1)^2} = -0.1327 \quad (3.7)$$

Pour le potentiel moyen d'excitation nous avons de la relation (2.13) avec  $Z = 29$  :

$$J = 52.8 + 8.71 \times 29 = 305.39 \text{ eV} \quad (3.8)$$

Le pouvoir d'arrêt du cuivre pour les électrons se calcule de (3.4) :

$$\left( -\frac{dE}{dx} \right)_{col} = 0.1535 \frac{8.96 \times 29}{63 \times 0.9586} \left[ \ln \left( \frac{3.9139^2 (3.9139 + 2)}{2 (305.39 / (0.511 \times 10^6))^2} \right) - 0.1327 \right]$$

$$\left( -\frac{dE}{dx} \right)_{col} = 12.235 \text{ MeV/cm} \quad (3.9)$$

Pour un électron d'énergie cinétique  $T = 2 \text{ MeV}$ , à chaque centimètre parcouru dans le cuivre, il perd 12.235 MeV.

### 3.3. Perte d'énergie par rayonnement de freinage

Lorsqu'un électron se déplace au voisinage d'un noyau, il est accéléré suite à son interaction avec le champ coulombien du noyau (figure 3.2). Cette accélération conduit à une perte de l'énergie de l'électron sous forme de rayonnement électromagnétique appelé rayonnement de freinage.

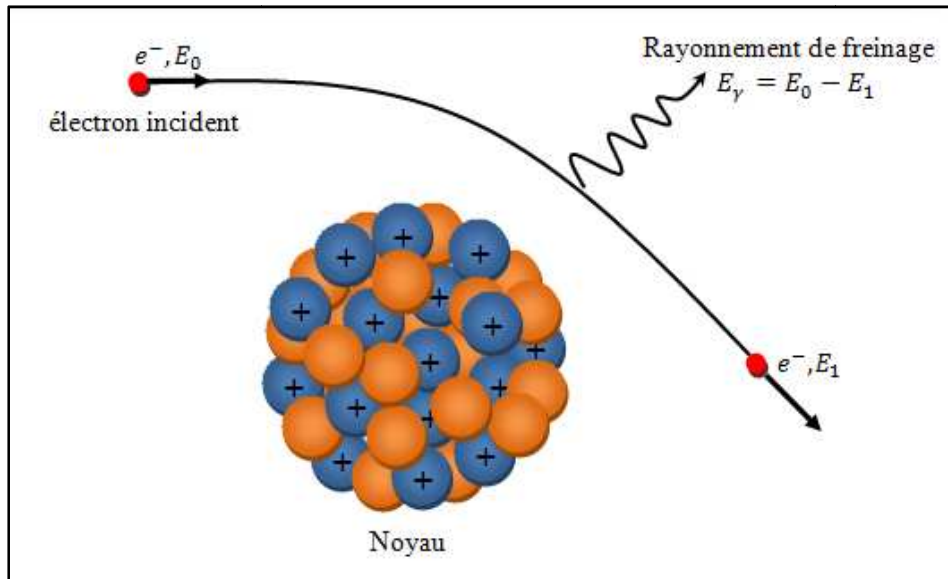


Figure 3.2. Schéma de rayonnement de freinage.

En général, quand une particule libre de masse  $m$  et de charge  $ze$  est accélérée (accélération positive ou négative), elle rayonne de l'énergie. Pour des vitesses faibles de la particule, la puissance rayonnée,  $P$ , est donnée par la formule de Larmor :

$$P = \frac{z^2 e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} a^2 \quad (3.10)$$

où  $a$  l'accélération de la particule. Si l'on considère maintenant l'interaction coulombienne entre la particule et un noyau de charge  $Ze$ , alors on peut écrire :

$$\frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = ma \quad (3.11)$$

ce qui donne pour l'accélération de la particule :

$$a = \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 m r^2} \quad (3.12)$$

La puissance rayonnée est alors proportionnelle à  $1/m^2$ . Compte tenu de la faible masse de l'électron, le rayonnement de freinage est un phénomène important pour les électrons. Pour les particules lourdes chargées le phénomène ne prend de l'ampleur qu'à de très grandes énergies.

Suite à l'émission d'un photon d'énergie  $h\nu$  par rayonnement de freinage, l'énergie totale de l'électron devient :

$$E_1 = E - h\nu \quad (3.13)$$

où  $E$  est l'énergie totale de l'électron avant l'émission. La fréquence maximale  $\nu_{max}$  qu'un photon émis peut avoir est donnée par :

$$h\nu_{max} = E - m_e C^2 = T \quad (3.14)$$

Ainsi, le spectre de rayonnement émis est continu en longueur d'onde et s'étend de l'infini à une valeur minimale correspondant à l'énergie cinétique de l'électron.

L'énergie perdue par rayonnement de freinage dépend de l'intensité du champ électrique ressenti par l'électron incident. C'est dans ce cadre que l'écrantage du noyau par les électrons du cortège électronique prend son importance. L'effet de l'écrantage est évalué par le paramètre d'écrantage

$$\eta = 100 \frac{m_e C^2 h\nu}{E_1 E Z^{1/3}} \quad (3.15)$$

Pour  $\eta \gg 1$ , l'effet d'écrantage peut être négligé, alors que pour  $\eta \simeq 0$  l'écrantage est total.

Les expressions qui suivent, établies par traitement quantique, donnent une bonne approximation du pouvoir de ralentissement par rayonnement de freinage :

Pour le cas relativiste  $m_e C^2 \ll E \ll 137 m_e C^2 Z^{-1/3}$ , il n'y a pas d'écrantage :

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad} = 4 \alpha r_e^2 N E Z(Z+1) \left[ \ln\left(\frac{2E}{m_0 C^2}\right) - \frac{1}{3} \right] \quad (3.16)$$

Pour le cas ultra-relativiste  $E \gg 137 m_e C^2 Z^{-1/3}$ , l'écrantage est total :

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad} = 4 \alpha r_e^2 N E Z(Z+1) \left[ \ln(183 Z^{-1/3}) + \frac{1}{18} \right] \quad (3.17)$$

avec  $\alpha$  la constante de la structure fine valant  $1/137$ . Il est clair que la perte d'énergie augmente avec l'énergie de l'électron et est favorisée dans les milieux constitués d'atomes lourds, c'est-à-dire des milieux denses (la dépendance du carré du numéro atomique de l'élément cible).

### 3.4. Longueur de radiation

À des énergies élevées, la perte d'énergie par collisions est négligeable par rapport à celle de rayonnement de freinage et on peut écrire de (3.17) :

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad} \simeq \frac{E}{X_0} \quad (3.18)$$

où  $X_0$  est une quantité souvent utilisée dans l'étude du rayonnement par freinage et appelée longueur de radiation. Après la traversée d'une épaisseur  $x$  de la matière, l'énergie finale  $E_f$  de l'électron est obtenue par intégration de l'équation différentielle précédente :

$$\int_E^{E_f} \frac{dE'}{E'} = -\int_0^x \frac{dx'}{X_0} \quad (3.19)$$

soit :

$$E_f = E e^{-x/X_0} \quad (3.20)$$

$E$  est l'énergie totale initiale de l'électron.

L'énergie perdue par l'électron par rayonnement de freinage en parcourant la distance  $x$  dans l'absorbeur est donc :

$$E_r = E - E_f = E (1 - e^{-x/X_0}) \quad (3.21)$$

La longueur de radiation définie comme étant la distance pour laquelle l'énergie de l'électron diminue à une fraction  $1/e$  de sa valeur initiale est approximativement donnée par :

$$X_0 = \frac{A}{4Z(Z+1)\rho N_a \alpha r_e^2 \ln\left(\frac{183}{Z^{1/3}}\right)} \quad (3.22)$$

Une expression plus rigoureuse est obtenue pour la longueur de radiation en tenant compte de l'écrantage causé par les électrons atomique :

$$X_0 = \frac{716 A}{Z(Z+1) \rho \ln\left(\frac{287}{\sqrt{Z}}\right)} \quad [cm] \quad (3.23)$$

Dans un milieu composé de plusieurs éléments, la longueur de radiation peut être évaluée de la relation :

$$\frac{1}{X_0} = \sum_i \frac{\omega_i}{X_0^i} \quad (3.24)$$

où  $\omega_i$  et  $X_0^i$  sont respectivement la fraction en masse et la longueur de radiation de l'élément  $i$ .

### 3.5. Perte d'énergie totale

Le pouvoir d'arrêt total d'un milieu de numéro atomique  $Z$  pour des électrons d'énergie totale  $E$  est la somme des pertes d'énergie subies par collisions et par rayonnement de freinage :

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right) = \left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col} + \left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad} \quad (3.25)$$

Il apparaît clairement de la relation (3.1) que la perte d'énergie par ionisation et excitation des atomes du milieu traversé varie de façon logarithmique avec  $E$  et linéairement avec  $Z$ . Par contre, la perte d'énergie par rayonnement de freinage augmente presque linéairement avec  $E$  et quadratiquement avec  $Z$ . La figure 3.3 illustre le pouvoir d'arrêt massique des électrons dans le plomb en fonction de leur énergie. La comparaison de la perte d'énergie par les deux processus montre qu'à des énergies basses, la perte d'énergie des électrons incidents est principalement due aux collisions avec les électrons atomiques du milieu traversé, alors qu'à des énergies assez grandes, les pertes par rayonnement de freinage deviennent dominantes.

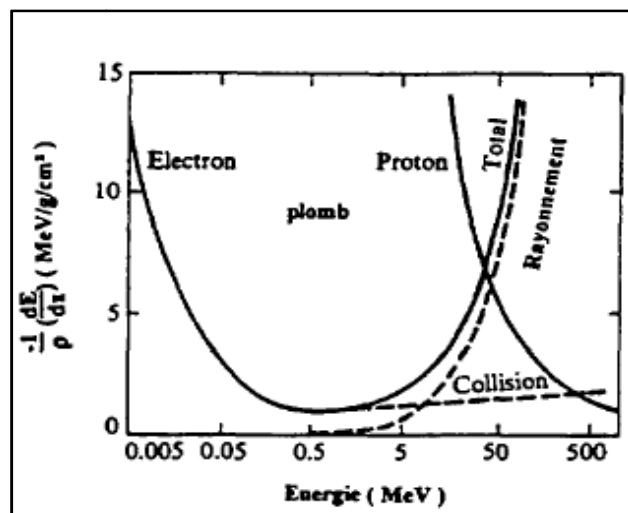


Figure 3.3. Pouvoir d'arrêt massique du plomb pour les électrons.

Le rapport entre les deux pertes d'énergie est donné approximativement par :



$$\frac{(-dE/dx)_{rad}}{(-dE/dx)_{col}} \cong \frac{E Z}{1600 m_e c^2} \quad (3.26)$$

On définit pour chaque matériau une énergie critique  $E_C$  pour laquelle les deux pertes d'énergie sont égales. De (3.26) on trouve pour  $E_C$  la valeur :

$$E_C = \frac{1600 m_e c^2}{Z} \quad (3.27)$$

L'énergie  $E_C$  est exprimée en MeV.

### **Exemple 3.2**

1- Calculer l'énergie critique et la longueur de radiation pour un électron dans le cuivre ( ${}_{29}^{63}\text{Cu}$ ).

2- Quelle est la quantité d'énergie qu'un électron de 1 GeV perd lorsqu'il traverse un milieu en cuivre d'épaisseur égale à une longueur de radiation ?

On donne la densité du cuivre  $\rho_{Cu} = 8.96 \text{ g/cm}^3$ .

### **Solution**

1- L'énergie critique pour les électrons dans le cuivre se calcule de l'expression (3.27) :

$$E_C = \frac{1600 m_e c^2}{Z} = \frac{1600 \times 0.511}{29} \approx 28 \text{ MeV}$$

Pour la longueur de radiation, nous avons de (3.23) :

$$X_0 = \frac{716 A}{Z(Z+1) \rho \ln(287/\sqrt{Z})} = \frac{716 \times 63}{29 \times 30 \times 8.96 \times \ln(287/\sqrt{Z})} \approx 1.46 \text{ cm}$$

2- Pour un électron d'énergie  $E = 1 \text{ GeV}$ , la perte d'énergie est essentiellement par rayonnement de freinage car  $E \gg E_C$ . De la relation (3.21), l'énergie perdue par rayonnement de freinage pour  $x = X_0$  est égale à :

$$E_r = E (1 - e^{-X_0/X_0}) = 0.632 E = 0.632 \text{ GeV}$$

### 3.6. Perte d'énergie par radiation Cerenkov

L'effet Cerenkov est une émission de rayonnement électromagnétique qui se produit quand une particule chargée se meut dans un milieu transparent (l'eau, plexiglas, quartz...) d'indice  $n_r$  avec une vitesse  $V$  supérieure à la vitesse de la lumière dans ce milieu  $C/n_r$  :

$$V > \frac{c}{n_r} \quad (3.28)$$

Le champ électrique de la particule en mouvement provoque la polarisation des atomes du milieu se trouvant le long de sa trajectoire. La dépolarisation des atomes s'accompagne par une libération de l'énergie sous forme de lumière. Le spectre de cette lumière est continu et se situe dans la bande des longueurs d'onde visibles. C'est cet effet qui provoque la luminosité bleutée de l'eau entourant le cœur du réacteur nucléaire.

La lumière Cerenkov est émise dans un cône ayant pour axe la trajectoire de la particule dans le milieu traversé (voir figure 3.4) :

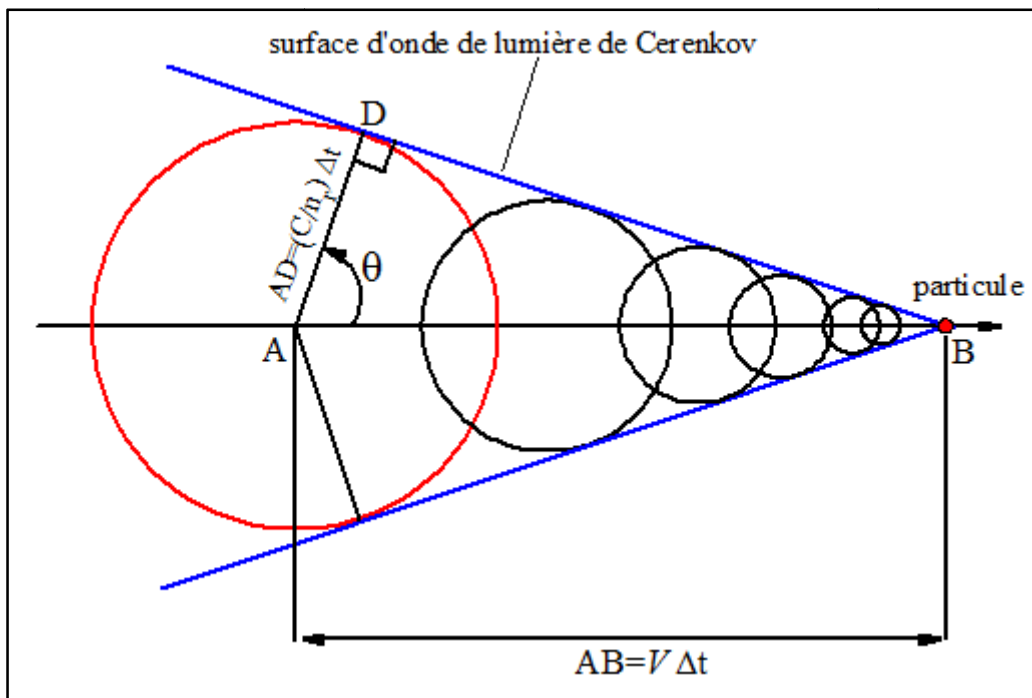


Figure 3.4. Schéma d'émission du rayonnement Cerenkov.

Désignons par AB la distance parcourue par la particule dans le milieu transparent pendant un laps de temps  $\Delta t$  et par AD la distance parcourue par l'onde lumineuse pendant le même laps

de temps. Alors on a :  $AB = V \Delta t$  et  $AD = (C/n_r) \Delta t$ . L'angle  $\theta$  d'émission du rayonnement Cerenkov par rapport à la trajectoire de la particule est donné par :

$$\cos\theta = \frac{AD}{AB} = \frac{C}{n_r V} = \frac{1}{\beta n_r} \quad (3.29)$$

L'énergie cinétique seuil pour l'effet Cerenkov peut se calculer de la valeur seuil  $\beta_s = \frac{V_s}{c} = \frac{1}{n_r}$

$$T_s = E_s - mC^2 = \frac{mC^2}{\sqrt{1-\beta_s^2}} - mC^2 = mC^2 \left( \frac{n_r}{\sqrt{n_r^2-1}} - 1 \right) \quad (3.30)$$

$m$  est la masse au repos de la particule chargée.

Par exemple dans l'eau d'indice de réfraction  $n_r = 4/3$ , l'énergie cinétique seuil de l'effet Cerenkov pour les électrons est  $T_s = 0.262 \text{ MeV}$ , alors qu'il faut aux protons une énergie cinétique supérieure à 480 MeV et aux particules  $\alpha$  1908 MeV pour produire cet effet. En général, seules les particules chargées de masse faible sont directement à l'origine de l'émission Cerenkov.

L'énergie du photon lumineux émis par effet Cerenkov se situe dans la gamme d'énergie 1 – 5 eV et la contribution de cet effet au ralentissement de la particule est tout à fait négligeable. Le nombre de photons émis par une particule de charge  $ze$  par unité de longueur dans la bande de fréquence  $\Delta\nu$  (ou l'intervalle de longueurs d'onde  $[\lambda_1, \lambda_2]$ ) est donné par la formule de Frank et Tamm :

$$\frac{dN_{ph}}{dx} = \frac{2\pi\alpha z^2}{c} \Delta\nu \sin^2\theta = 2\pi z^2 \alpha \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \sin^2(\theta) \quad (3.31)$$

où  $\alpha$  est la constante de la structure fine. Ce qui donne pour un électron ( $z = 1$ ) dans la région spectrale 350 à 500 nm un nombre de photons égal approximativement à  $393 \sin^2\theta$  photons/cm.

La perte d'énergie par radiation Cerenkov par unité de longueur peut être estimée de l'expression :

$$\left( -\frac{dE}{dx} \right)_{Cerenkov} = 2\pi^2 z^2 r_e m_e C^2 \left( \frac{1}{\lambda_1^2} - \frac{1}{\lambda_2^2} \right) \sin^2(\theta) \quad (3.32)$$

soit  $(-dE/dx)_{Cerenkov} \approx 1.18 \times 10^{-3} z^2 \sin^2(\theta) \text{ [MeV/cm]}$  dans la région  $[350\text{nm}, 500\text{nm}]$ .

**Exemple 3.3**

Des pions et des muons d'impulsion  $p = 100 \text{ MeV}/c$  se déplacent dans un milieu transparent d'indice de réfraction  $n_r$ . Quelles valeurs peut prendre l'indice de réfraction pour que seuls les muons émettent un rayonnement Cerenkov dans ce milieu?

On donne  $m_\pi c^2 = 140 \text{ MeV}$  et  $m_\mu c^2 = 106 \text{ MeV}$ .

**Solution**

Pour qu'il y aura émission Cerenkov pour une particule de masse au repos  $m$  et de vitesse  $\beta c$  dans un milieu d'indice de réfraction  $n_r$ , il faut que  $\beta > 1/n_r$ . Calculons  $\beta$  à partir de la relation entre l'énergie totale d'une particule  $E$  et son impulsion  $p$ . Nous avons :

$$E^2 = \left( \frac{m c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \right)^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (3.33)$$

Tirons  $\beta$  :

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{m^2 c^4}{p^2 c^2 + m^2 c^4}} \quad (3.34)$$

L'application de cette relation pour les pions et les muons donne  $\beta_\pi = 0.581$  et  $\beta_\mu = 0.686$ . Pour avoir l'effet Cerenkov pour les pions il faut que  $\beta_\pi c > (c/n_r)$ , ce qui donne pour l'indice de réfraction :

$$n_r > \frac{1}{\beta_\pi} = 1.721$$

De la même manière nous avons pour les muons :

$$n_r > \frac{1}{\beta_\mu} = 1.458$$

Il est clair que pour  $1.458 < n_r < 1.721$  on aura un rayonnement Cerenkov pour les muons seulement.

**Exemple 3.4**

Un électron se déplace dans l'eau avec une vitesse  $V = 0.9 C$ . Supposons que 0.1% de sa perte d'énergie soit due au rayonnement Cerenkov aussi longtemps que cela soit possible.

- Calculer le nombre de photons émis si leur longueur d'onde moyenne est  $4200 \text{ \AA}$ .

**Solution**

L'énergie cinétique de l'électron de vitesse  $V = \beta C = 0.9 C$  est donnée par :

$$T = E - m_e C^2 = \frac{m_e C^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} - m_e C^2 = \frac{0.511}{\sqrt{1 - 0.9^2}} - 0.511 = 0.661 \text{ MeV}$$

Puisque l'énergie cinétique seuil de l'effet Cerenkov pour les électrons est  $T_s = 0.262 \text{ MeV}$ , alors l'énergie de laquelle l'émission Cerenkov peut se produire est  $0.661 - 0.262 = 0.399 \text{ MeV}$ .

De cette énergie 0.1% est dissipée sous forme de rayonnement Cerenkov ce qui donne :

$$E_{Cerenkov} = \frac{0.1}{100} \times 0.399 = 0.0003993 \text{ MeV} = 399.3 \text{ eV}$$

L'énergie moyenne d'un photon émis par ce processus est :

$$E = h\nu = \frac{hC}{\lambda} = \frac{(4.136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s})(3 \times 10^{17} \text{ nm/s})}{(420 \text{ nm})} = 2.954 \text{ eV}$$

Le nombre de photon émis est :

$$N_{ph} = \frac{399.3}{2.954} \approx 135 \text{ photons}$$

**3.7. Courbes de parcours et de transmission des électrons**

À cause des interactions multiples que font les électrons durant leur passage à travers la matière (ionisation, excitation, freinage), ils subissent des déviations angulaires importantes et leur trajectoire devient très sinueuse (figure 3.5). La notion de parcours est, dans ce cas, plus flou que pour les particules chargées lourdes. Pour caractériser la trajectoire des électrons, on

définit la portée. Elle représente la profondeur maximale atteinte par un faisceau d'électrons dans le milieu traversé. Il est à noter que dans la littérature, le terme parcours est souvent utilisé improprement pour désigner la portée.

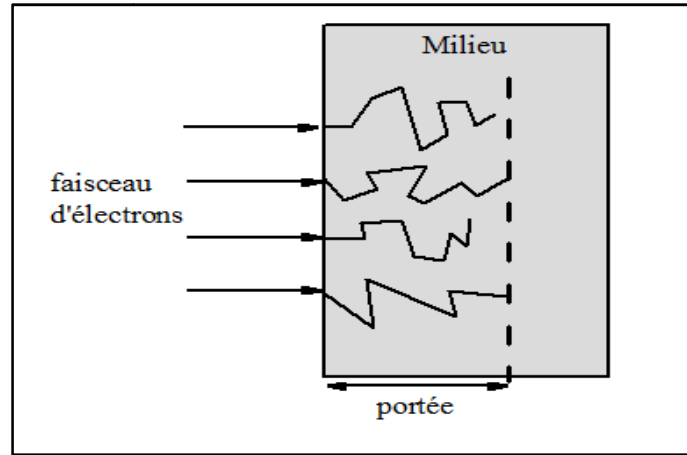


Figure 3.5. Trajectoires des électrons dans la matière.

La détermination expérimentale de la portée est faite en réalisant une expérience de transmission d'un faisceau d'électrons à travers un absorbeur (figure 3.6). Nous étudions le rapport de  $I$  qui est le taux de comptage avec absorbeur et  $I_0$  qui est le taux de comptage sans absorbeur en fonction de  $x$  qui est l'épaisseur de l'absorbeur.

On doit distinguer le cas d'un faisceau d'électrons monoénergétiques du cas d'un faisceau de particules  $\beta$ .

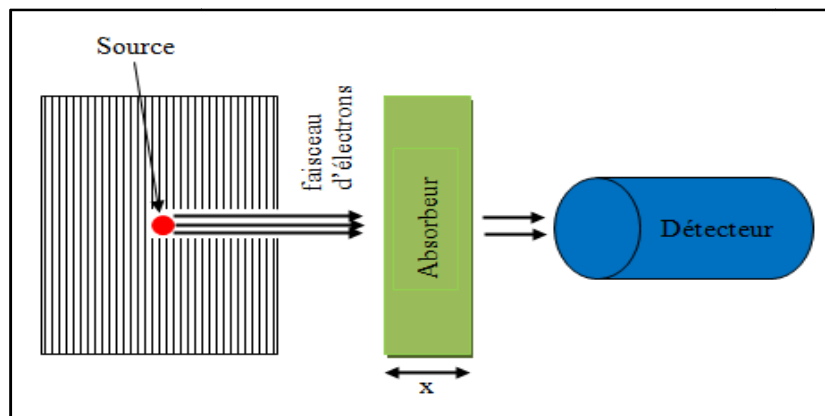


Figure 3.6. Schéma d'une expérience de transmission d'électrons.

Contrairement à ce qui a été observé pour les particules chargées lourdes, le nombre d'électrons monoénergétiques transmis décroît pour des épaisseurs très faibles de l'absorbeur à cause des collisions électroniques et nucléaires (figure 3.7). La portée  $R_e$  est estimée en

extrapolant linéairement la courbe vers zéro. La valeur obtenue est l'épaisseur de l'absorbeur qui ne peut quasiment pas être traversée par un électron.

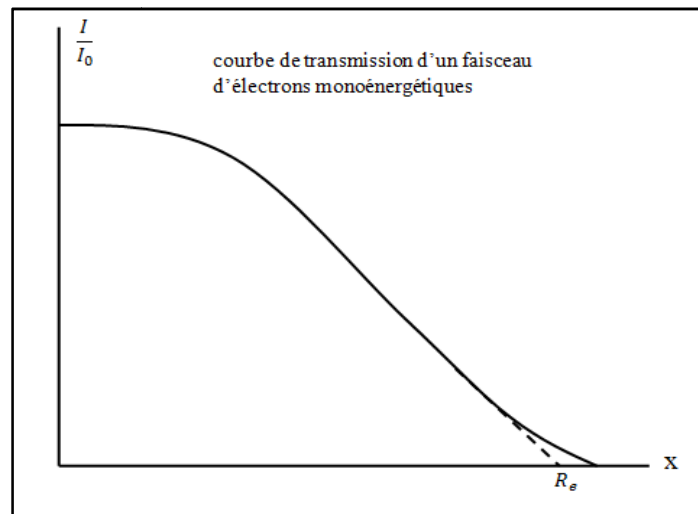


Figure 3.7. Courbe de transmission d'un faisceau d'électrons monoénergétiques.

La figure 3.8 donne la variation de la portée en fonction de l'énergie des électrons dans les deux matériaux le silicium et l'iodure de sodium.

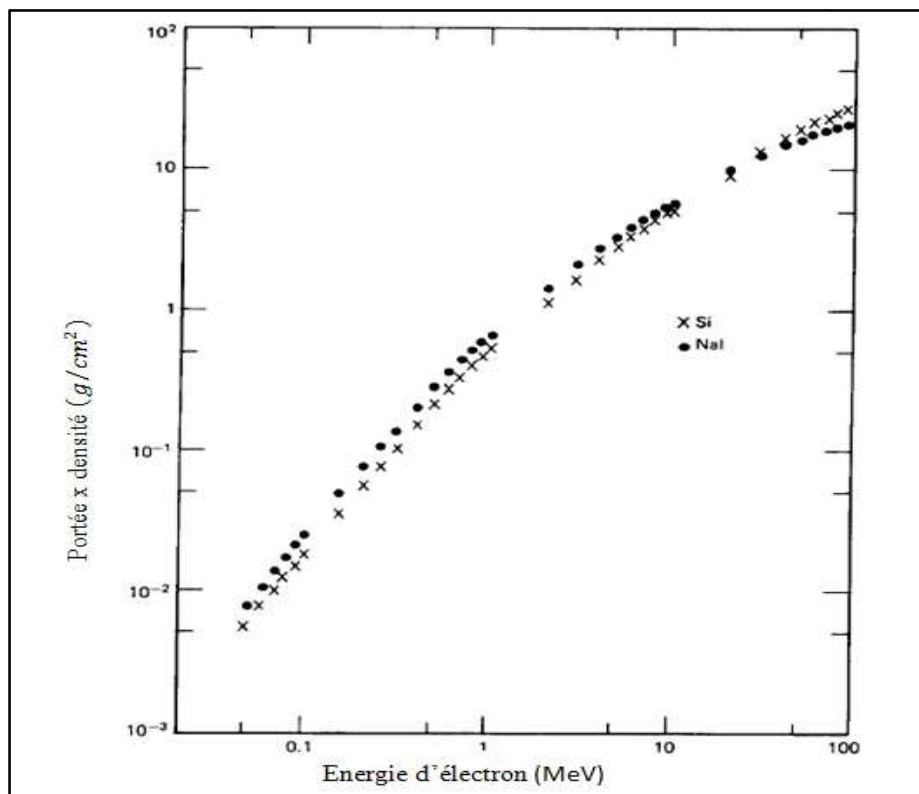
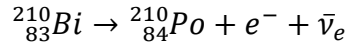


Figure 3.8. La portée des électrons en fonction de leur énergie dans Si et NaI.

Les particules  $\beta$  qui sont les électrons issus de la désintégration ont un spectre d'énergie continu. Ceci vient du fait que l'électron qui émerge de la désintégration est accompagné par une autre particule qui est l'antineutrino  $\bar{\nu}_e$ . Par exemple, pour le bismuth nous avons :



De la loi de conservation d'énergie, il est clair que plus  $\bar{\nu}_e$  emporte d'énergie, moins il en reste pour l'électron et inversement. Le spectre d'énergie des particules  $\beta$  s'étend de zéro à une valeur maximale notée  $E_{max}$ . Ainsi les particules  $\beta$  ne constituent pas un faisceau d'électrons monoénergétiques. Leur courbe de transmission (figure 3.9) diffère de manière significative de celle des électrons monoénergétiques. On constate que la courbe a pratiquement une forme exponentielle :

$$I = I_0 e^{-\mu \rho x} \quad (3.35)$$

où  $\rho$  est la masse volumique de l'absorbeur et  $\mu$  le coefficient d'absorption qui a une relation étroite avec l'énergie maximale  $E_{max}$  du spectre  $\beta$ . La formule empirique qui relie les deux grandeurs est :

$$\mu = 1.7 E_{max}^{-1.14} \quad [m^2/kg] \quad (3.36)$$

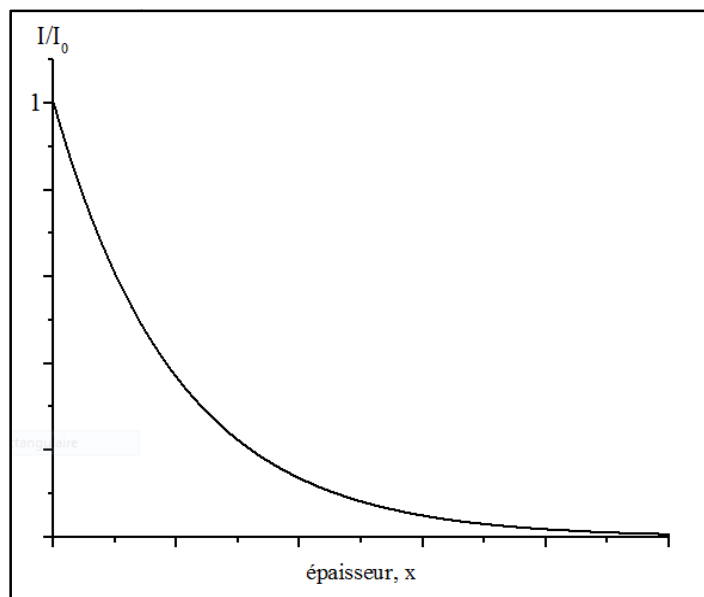


Figure 3.9. Courbe de transmission des particules  $\beta$ .



Il n'existe pas d'expressions analytiques exactes permettant de calculer la valeur de la portée en fonction de l'énergie des électrons et des caractéristiques du milieu traversé mais des formules empiriques. Citons à titre d'exemple la formule de Katz et Penfold :

$$\begin{cases} R = \frac{0.412 T^n}{\rho} \text{ avec } n = 1.265 - 0.0954 \ln T, & 0.01 \text{ MeV} < T < 3 \text{ MeV} \\ R = \frac{0.530 T - 0.106}{\rho}, & 2.5 \text{ MeV} < T < 20 \text{ MeV} \end{cases} \quad (3.37)$$

où  $R$  est la portée (en cm),  $T$  est l'énergie cinétique des électrons (en MeV) et  $\rho$  la densité du matériau ( $g/cm^3$ ). L'inversion des relations (3.38) donne l'énergie cinétique en fonction de la portée :

$$\begin{cases} \ln T = 6.63 - 3.24 \sqrt{3.29 - \ln(\rho R)}, & 0.01 \text{ MeV} < T < 3 \text{ MeV} \\ T = 1.89 (\rho R) + 0.200, & 2.5 \text{ MeV} < T < 20 \text{ MeV} \end{cases} \quad (3.38)$$

Dans le cas des particules  $\beta$ , la substitution de l'énergie  $E_{max}$  du spectre  $\beta$  à la place de  $T$  dans la relation (3.37) donne la valeur de la portée maximale correspondante aux électrons les plus énergétiques.

### **Exemple 3.5**

Un électron d'énergie cinétique  $T_0$  traverse un milieu d'épaisseur 6 mm et de densité  $\rho = 1.19 \text{ g/cm}^3$  et émerge avec une énergie cinétique de 1.3 MeV. Calculer son énergie cinétique  $T_0$ .

### **Solution**

Avec l'énergie cinétique  $T = 1.3 \text{ MeV}$ , les électrons peuvent parcourir dans le milieu une distance supplémentaire égale d'après la première relation de (3.37) à :

$$R = \frac{0.412}{1.19} 1.3^{(1.265 - 0.0954 \ln 1.3)} = 0.48 \text{ cm}$$

La portée totale des électrons est  $0.6 + 0.48 = 1.08 \text{ cm}$ . De la première relation dans (3.38) on trouve pour l'énergie cinétique initiale des électrons :

$$\ln T_0 = 6.63 - 3.24 \sqrt{3.29 - \ln(1.19 \times 1.08)} = 0.982$$

soit  $T_0 = 2.67 \text{ MeV}$ .

### **Exemple 3.6**

Le phosphore  $^{32}_{15}\text{P}$  se désintègre en  $^{32}_{16}\text{S}$  en émettant des particules  $\beta$ . Les particules  $\beta$  les plus énergétiques ont une énergie cinétique égale à  $1.71 \text{ MeV}$ .

- Calculer la fraction de ces particules arrêtées par une plaque en aluminium ( $^{27}_{13}\text{Al}$ ) d'épaisseur  $0.5 \text{ mm}$ .

On donne la densité de l'aluminium  $\rho_{\text{Al}} = 2.7 \text{ g/cm}^3$ .

### **Solution**

Le coefficient d'absorption  $\mu$  se calcule de (3.36) :

$$\mu = 1.7 E_{\text{max}}^{-1.14} = 1.7 \times (1.71)^{-1.14} = 0.922 \text{ m}^2/\text{kg} = 9.22 \text{ cm}^2/\text{g}$$

De (3.35), la fraction de particules  $\beta$  transmises est :

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\mu \rho x} = e^{-(9.22)(2.7)(0.05)} = 0.288$$

La fraction de particules  $\beta$  arrêtées par la plaque d'aluminium est  $1 - 0.288 = 0.712$ .

### **3.8. Rétrodiffusion (Backscattering)**

Parmi les phénomènes qui peuvent se manifester lorsqu'un faisceau d'électrons est envoyé sur de la matière est la rétrodiffusion. La faible masse des électrons les rend susceptibles à de larges angles de déflexion durant leurs collisions avec les atomes du milieu. Les déflexions peuvent être suffisantes pour renvoyer un certain nombre d'électrons en sens opposée à celui de leur incidence pour ré-émerger de la surface de laquelle sont entrés : ce sont des électrons rétrodiffusés (figure 3.10).

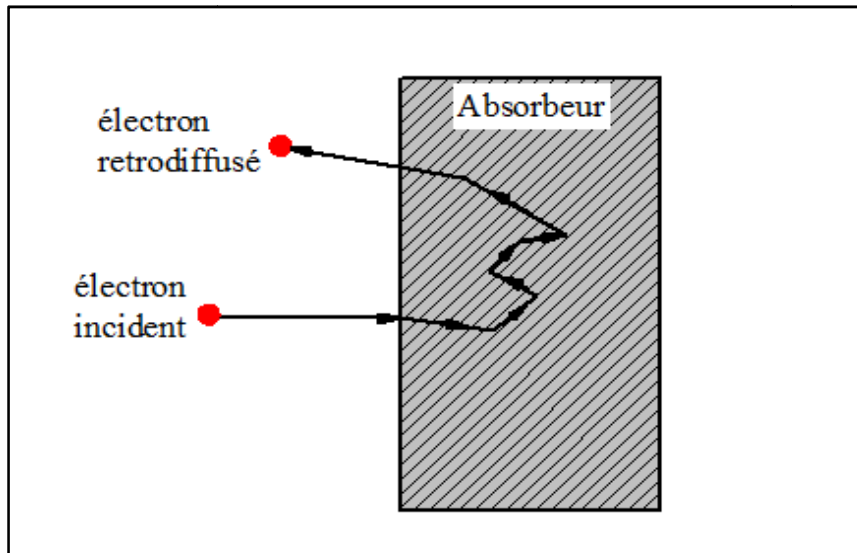


Figure 3.10..Schéma illustrant la rétrodiffusion d'un électron.

Le rapport du nombre d'électrons rétrodiffusés au nombre d'électrons incidents est appelé coefficient de rétrodiffusion et noté  $\eta$ . La figure (3.11) montre la variation de ce coefficient pour un faisceau d'électrons monoénergétiques bombardant divers matériaux sous incidence normale en fonction de l'énergie. Les résultats indiquent que la rétrodiffusion est plus importante pour des électrons de faibles énergies. Elle est aussi sensible au numéro atomique des atomes composant l'absorbeur. Les milieux constitués d'atomes lourds réémettront plus d'électrons que les milieux formés d'atomes plus légers. Finalement, il est à noter que les électrons avec incidence oblique sur la surface de l'absorbant ont plus de probabilité de se rétrodiffuser que ceux avec incidence normale.

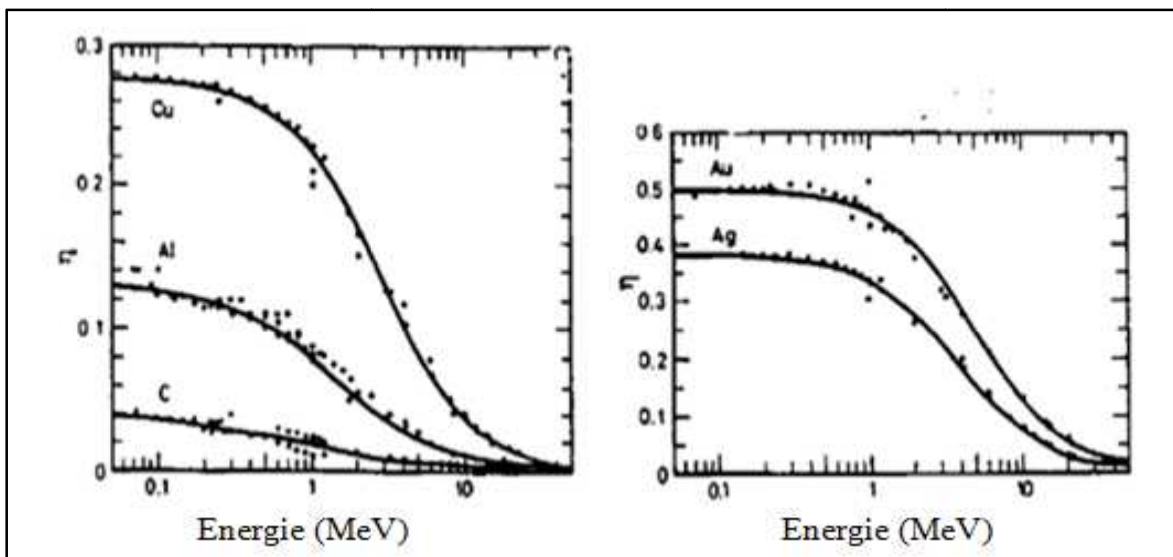


Figure 3.11. Coefficient de rétrodiffusion pour différents matériaux.

### 3.9. Interactions des positrons

Les positrons ont les mêmes propriétés que les électrons sauf pour la charge qui est positive. Ils perdent de l'énergie dans la matière par les mêmes processus que les électrons c'est-à-dire par collision et rayonnement de freinage. Le pouvoir d'arrêt d'un milieu pour un positron d'énergie cinétique  $T$  et de vitesse  $\beta C$  est donné par :

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{col} = 0.1535 \frac{\rho Z}{A \beta^2} \left[ \ln \left( \frac{\tau^2(\tau+2)}{2(j/m_e C^2)^2} \right) + F(\tau) \right] \quad [MeV.cm^{-1}] \quad (3.39)$$

où  $F(\tau)$  a pour expression :

$$F(\tau) = 2 \ln 2 - \frac{\beta^2}{12} \left[ 23 + \frac{14}{\tau+2} + \frac{10}{(\tau+2)^2} + \frac{4}{(\tau+2)^3} \right] \quad (3.40)$$

et  $\tau$  est le rapport entre l'énergie cinétique du positron et son énergie au repos.

Pour les pertes d'énergie par rayonnement de freinage des électrons et des positrons, elles sont à peu près égales aux énergies élevées. Des calculs ont montré que pour des énergies allant jusqu'à environ 0.4 MeV, le positron perd de l'énergie plus rapidement que l'électron; au-dessus de cette énergie la tendance s'inverse.

Après épuisement de son énergie, le positron interagit avec un électron libre ou trop peu lié du milieu. La paire électron-positon disparaît donnant lieu à deux photons, émis dans des directions opposées et emportant chacun une énergie de 511 keV. L'annihilation du positron en vol est également possible. Elle se produit lorsqu'un positron interagit avec un électron lié. Dans ce cas, il y a émission d'un seul photon. La probabilité de ce phénomène augmente rapidement avec le numéro atomique de l'élément constituant le milieu traversé.

Le positron peut aussi former avec l'électron un système métastable dans lequel chaque particule tourne autour de leur centre de masse. Cette structure appelée positronium à une durée de vie qui dépend de l'orientation des spins des deux particules. Lorsque les deux spins sont antiparallèles, on parle de parapositronium. Sa vie moyenne est d'environ 120 ps et s'annihile en donnant deux photons. L'orthopositronium de durée de vie 140 ns caractérise le cas des spins parallèles. L'annihilation, dans ce cas, se fait par émission de trois photons.

**Exemple 3.7**

Calculer le pouvoir d'arrêt collisionnel de l'eau pour des positrons de 1 MeV. On donne le potentiel moyen d'excitation de l'eau  $J = 74.6 \text{ eV}$  et sa densité  $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$ .

**Solution**

De (2.25) nous avons :

$$\beta^2 = 1 - \left( \frac{m_e C^2}{T + m_e C^2} \right)^2 = 1 - \left( \frac{0.511}{1 + 0.511} \right)^2 = 0.8856$$

et de (3.3) :

$$\tau = \frac{T}{m_e C^2} = \frac{1}{0.511} = 1.9569$$

Utilisons (3.40) :

$$F(\tau) = 2 \ln 2 - \frac{0.8856}{12} \left[ 23 + \frac{14}{1.9569+2} + \frac{10}{(1.9569+2)^2} + \frac{4}{(1.9569+2)^3} \right] = -0.6241$$

Pour l'eau, nous avons de (2.18) et (2.35)  $Z = 10$  et  $A = 18$ . Le pouvoir d'arrêt collisionnel de l'eau pour les positrons se calcule de (3.39) :

$$\left( -\frac{dE}{dx} \right)_{col} = 0.1535 \frac{1 \times 10}{18 \times 0.8856} \left[ \ln \left( \frac{1.9569^2 (1.9569+2)}{2 (74.6/0.511 \times 10^6)^2} \right) - 0.6241 \right]$$

$$\left( -\frac{dE}{dx} \right)_{col} = 1.836 \text{ MeV/cm}$$

**Chapitre 4**

---

***Interaction des photons avec la matière***

### 4.1. Introduction

Tout rayonnement électromagnétique est caractérisé par une longueur d'onde  $\lambda$  qui est inversement proportionnelle à sa fréquence  $\nu$ . La longueur d'onde et la fréquence sont reliées par la relation :

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \tag{4.1}$$

Le spectre électromagnétique qui désigne la répartition des ondes électromagnétiques en fonction de leur longueur d'onde (ou leur fréquence) est un spectre qui s'étend théoriquement de zéro à l'infini de façon continue (voir figure 4.1).

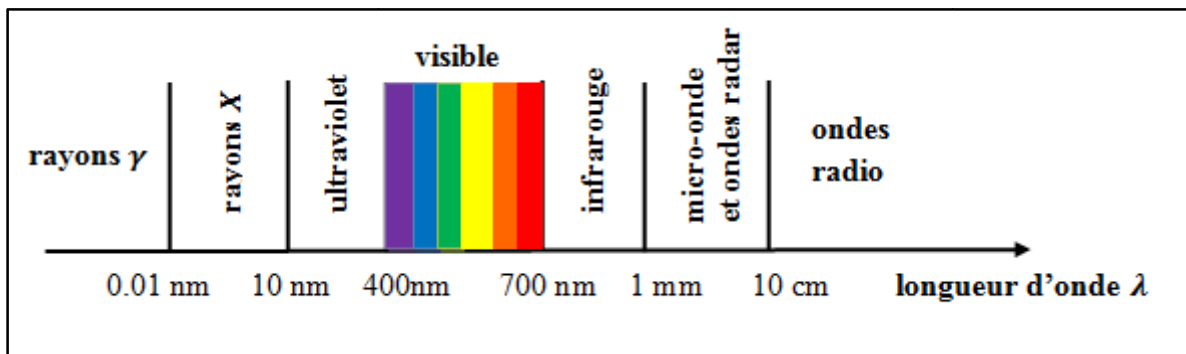


Figure 4.1. Spectre des ondes électromagnétiques.

Einstein a postulé que l'énergie transportée par un faisceau lumineux l'est sous forme de grains d'énergie qu'il appelle les photons. L'énergie de chaque photon est donnée par :

$$E_\gamma = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \tag{4.2}$$

En remplaçant la constante de Planck et la vitesse de la lumière dans le vide par leurs valeurs :  $h = 4.135667662 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$  et  $C = 3 \times 10^{17} \text{ nm/s}$  nous trouvons l'énergie du photon en eV si la longueur d'onde est donnée en nm :

$$E_\gamma[\text{eV}] = \frac{1240}{\lambda[\text{nm}]} \tag{4.3}$$

Les interactions de la lumière avec la matière sont le résultat de l'interaction des photons avec les électrons et les noyaux composant la matière. Les photons qui sont électriquement neutres

se comportent différemment des particules chargées dans la matière. Si les particules chargées commencent à céder leur énergie dès leur entrée dans la matière, les photons peuvent parcourir des distances relativement longues avant d'interagir avec les atomes composant le milieu traversé. Ils peuvent aussi être totalement absorbés dans une seule interaction.

Il y a plusieurs processus d'interaction des photons avec les électrons ou les noyaux de la matière. Parmi ces processus citons :

- 1) l'effet photoélectrique : le photon cède la totalité de son énergie à un atome du milieu et disparaît. À sa place, un électron, le plus souvent des couches internes, est éjecté de cet atome.
- 2) l'effet Compton : le photon incident est diffusé par un électron libre ou faiblement lié. Au cours de ce processus, l'électron est éjecté de l'atome.
- 3) production de paires : Dans le champ électrique d'un noyau, un photon d'énergie supérieure à 1.022 MeV donne naissance à une paire électron-positron.
- 4) la diffusion Rayleigh : c'est la diffusion élastique d'un photon sur un électron lié. En fait, on considère que tout l'atome est impliqué dans le processus de diffusion qui se fait sans perte d'énergie et avec un angle de diffusion le plus souvent très petit.
- 4) la diffusion Thomson : c'est la diffusion d'un photon de faible énergie sur un électron supposé libre. Suite à l'interaction, l'électron oscille et réémet un photon de même énergie que le photon incident mais pas forcément dans la même direction.
- 5) l'effet Mössbauer : il consiste en l'absorption et la réémission d'un photon par le noyau d'un atome. La modification de l'énergie du photon réémis dans une direction différente de la direction incidente est due à l'effet de recul de l'atome à l'absorption et à l'émission.
- 6) l'effet photonucléaire : Il se rapporte à l'absorption d'un photon incident par le noyau avec émission d'un nucléon. Après l'éjection d'une partie de ses constituants, le noyau se trouve souvent dans un état excité, qu'il quitte en émettant du rayonnement gamma. Comme exemple de ce processus donnons la réaction suivante :  ${}^{64}_{30}\text{Zn} + \gamma \rightarrow {}^{63}_{30}\text{Zn} + n$ .

Parmi les processus d'interactions possibles des photons avec la matière cités précédemment, nous n'étudierons en détail que les trois premiers.

## 4.2. Effet photoélectrique

L'effet photoélectrique consiste en l'émission d'électrons d'un matériau suite à son irradiation par la lumière. Au début du siècle dernier, Einstein a expliqué l'effet photoélectrique en se



basant sur l'interaction des photons avec les atomes composant le matériau et a obtenu suite à ce travail le prix Nobel de physique en 1921.

Un photon incident d'énergie  $E_\gamma = h\nu$  est complètement absorbé par un atome du matériau. L'énergie est cédée à un électron lié, le plus souvent de la couche K. Cet électron appelé photoélectron est éjecté de l'atome et devient libre (figure 4.2). Ainsi, une partie de l'énergie du photon est utilisée pour extraire l'électron de sa couche, une très infime partie dans le recul de l'atome et le reste est emporté sous forme d'énergie cinétique du photoélectron.

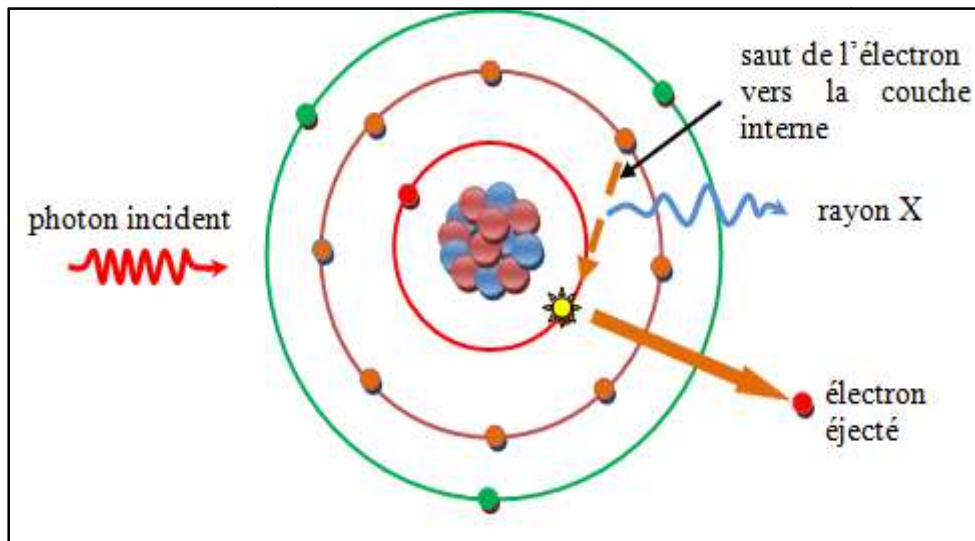


Figure 4.2. Schéma de l'effet photoélectrique.

Si nous désignons par  $T_e$  l'énergie cinétique de l'électron éjecté et par  $E_l$  l'énergie de liaison de l'électron dans sa couche, alors la loi de conservation d'énergie permet d'écrire :

$$h\nu = T_e + E_l \quad (4.4)$$

Tirons l'énergie cinétique :

$$T_e = h\nu - E_l \quad (4.5)$$

Pour que  $T_e$  soit non négatif, le photon doit avoir une énergie au minimum égale à l'énergie de liaison  $E_l$ . Ce qui constitue un seuil d'énergie pour l'effet photoélectrique :

$$(h\nu)_{seuil} = E_l \quad (4.6)$$

À partir de cette énergie, une fréquence seuil peut être définie :

$$\nu_s = \frac{E_l}{h} \quad (4.7)$$

Pour des fréquences  $\nu < \nu_s$  aucun électron ne peut être extrait du métal et l'effet photoélectrique ne peut pas se produire. A l'aide de (4.7), l'expression (4.4) peut être réécrite sous la forme :

$$h\nu = T_e + h\nu_s \quad (4.8)$$

Il faut noter que l'effet photoélectrique ne peut pas avoir lieu par absorption totale du photon par un électron libre, car dans ce cas il est impossible d'assurer à la fois la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement du système photon-électron.

**Exemple 4.1**

Montrer que l'absorption complète d'un photon par un électron libre ne peut pas se produire.

**Solution**

Avant l'absorption du photon d'énergie  $h\nu$  et d'impulsion  $p_\gamma = h\nu/C$ , l'électron est immobile et a une énergie  $m_e C^2$  et une impulsion nulle. Après l'absorption, l'électron devient mobile, son énergie devient  $E_e = m_e \gamma C^2$  et son impulsion est  $p_e = m_e \gamma V = m_e \gamma C \beta$ . Les lois de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement donnent :

$$h\nu + m_e C^2 = m_e \gamma C^2 \quad (4.9)$$

$$\frac{h\nu}{c} = m_e \gamma C \beta \quad (4.10)$$

Multiplions (4.10) par  $C$  puis retranchant le résultat de (4.9) :

$$m_e C^2 = m_e \gamma C^2 (1 - \beta) \quad (4.11)$$

Cette équation est satisfaite pour  $\beta = 0$  et  $\gamma = 1$ . En reportant la valeur de  $\gamma$  dans (4.9) nous obtenons  $h\nu = 0$ . Nous concluons que l'effet photoélectrique ne peut pas se produire que sur un électron lié à l'atome.

Suite à l'éjection du photoélectron, un réarrangement du cortège électronique se fait d'une manière presque instantanée. Un électron de l'une des couches externes vient occuper la lacune laissée par le photoélectron. Ce saut est accompagné par émission d'un photon de fluorescence (rayon X) ou d'électron Auger. L'émission Auger est un processus qui consiste en l'émission d'un électron d'une couche quelconque suite à l'absorption d'un photon de fluorescence (figure 4.3).

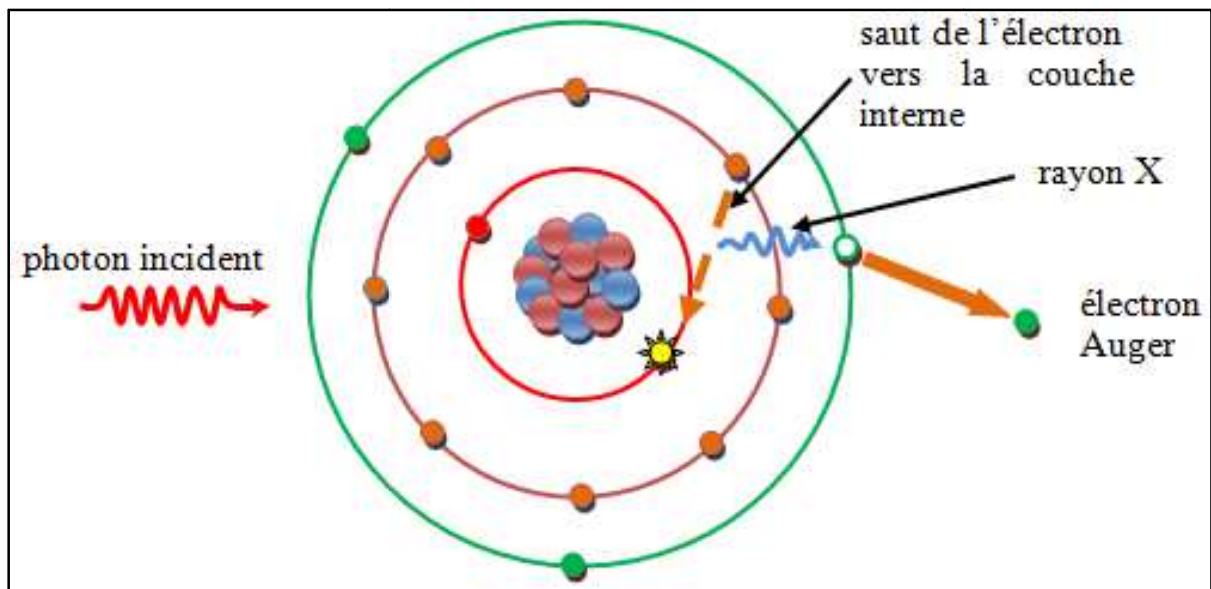


Figure 4.3. Schéma de l'émission Auger.

L'électron Auger est éjecté avec une énergie cinétique qui peut être évaluée de l'expression :

$$T = (E_{l_1} - E_{l_2}) - E_l \quad (4.12)$$

où  $E_l$  est l'énergie de liaison de l'électron Auger,  $E_{l_1}$  et  $E_{l_2}$  sont celles des couches où a lieu la transition de l'électron qui a comblé la lacune.

Il y a compétition entre les deux modes d'émission qui suivent l'éjection du photoélectron; l'émission X et l'émission Auger. L'émission X est dominante pour les éléments lourds, alors que l'émission Auger est dominante pour les éléments légers. Pour le gallium dont le numéro atomique est  $Z = 31$ , les deux modes d'émission sont équiprobables.

Il n'existe pas d'expression analytique simple de la section efficace de l'effet photoélectrique  $\sigma_{ph}$  (probabilité de survenue de l'effet photoélectrique) couvrant tout le domaine en  $Z$  et en énergie du photon incident. L'effet photoélectrique est plus probable pour les électrons les plus fortement liés. Si l'énergie du photon est supérieure à l'énergie de liaison de la couche K, plus de 80% de cet effet se produit avec les électrons de cette couche.

Par un traitement non relativiste et à des énergies  $E_\gamma < m_e c^2$ , Heitler a développé pour la section efficace par atome de l'effet photoélectrique sur les électrons de la couche K d'un élément  $Z$  l'expression suivante :

$$\sigma_{ph}^K = \frac{8\pi\sqrt{32}}{3} \alpha^4 r_e^2 Z^5 \left( \frac{m_e c^2}{E_\gamma} \right)^{7/2} \quad (4.13)$$

Lorsque  $E_\gamma \gg m_e c^2$ , on a :

$$\sigma_{ph}^K = 4\pi \alpha^4 r_e^2 Z^5 \left( \frac{m_e c^2}{E_\gamma} \right) \quad (4.14)$$

On constate de (4.13) et (4.14) que l'effet photoélectrique est favorisé dans les milieux de numéro atomique élevé (la dépendance en  $Z^5$  dans les expressions (4.13) et (4.14) n'est qu'une approximation. En fait l'exposant de  $Z$  varie en fonction de l'énergie du photon de 4 à 5) et les photons peu énergétiques. La figure 4.4 illustre la variation de la section efficace de l'effet photoélectrique en fonction de l'énergie du photon incident dans le plomb. On relève la présence de discontinuités aux valeurs de l'énergie du photon égales à celles des énergies de liaison de l'électron des différentes couches (pour le plomb,  $E_l$  de la couche K est 88 keV). Les discontinuités traduisent l'augmentation du nombre d'électrons susceptibles de participer à l'effet photoélectrique.

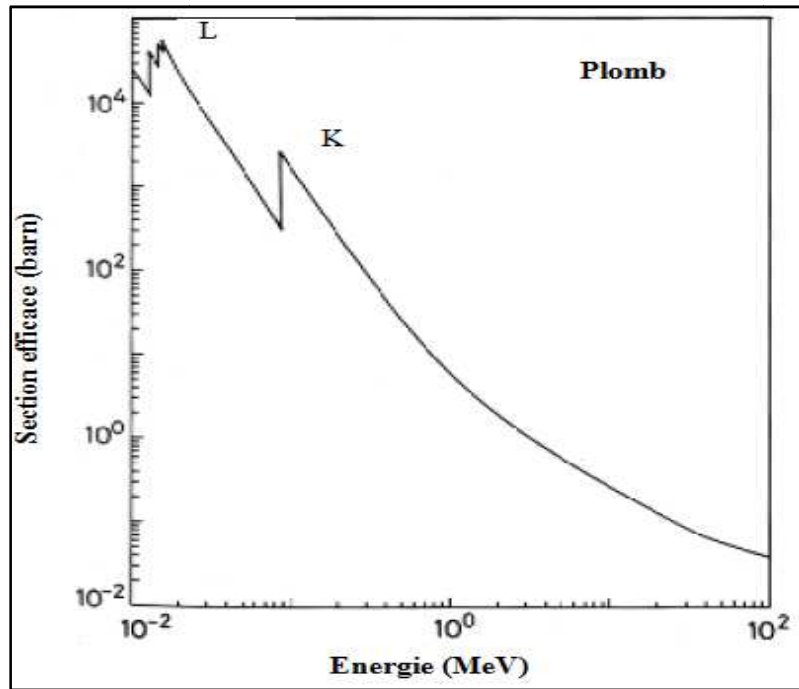


Figure 4.4. Section efficace de l'effet photoélectrique pour le plomb.

Les études sur la distribution angulaire des photoélectrons montrent que la direction d'émission de ces électrons dépend de l'énergie du photon incident. Si nous désignons par  $\theta$  l'angle entre la direction du photon incident et celle du photoélectron, alors plus l'énergie du photon incident est élevée plus l'angle  $\theta$  approche zéro (figure 4.5).

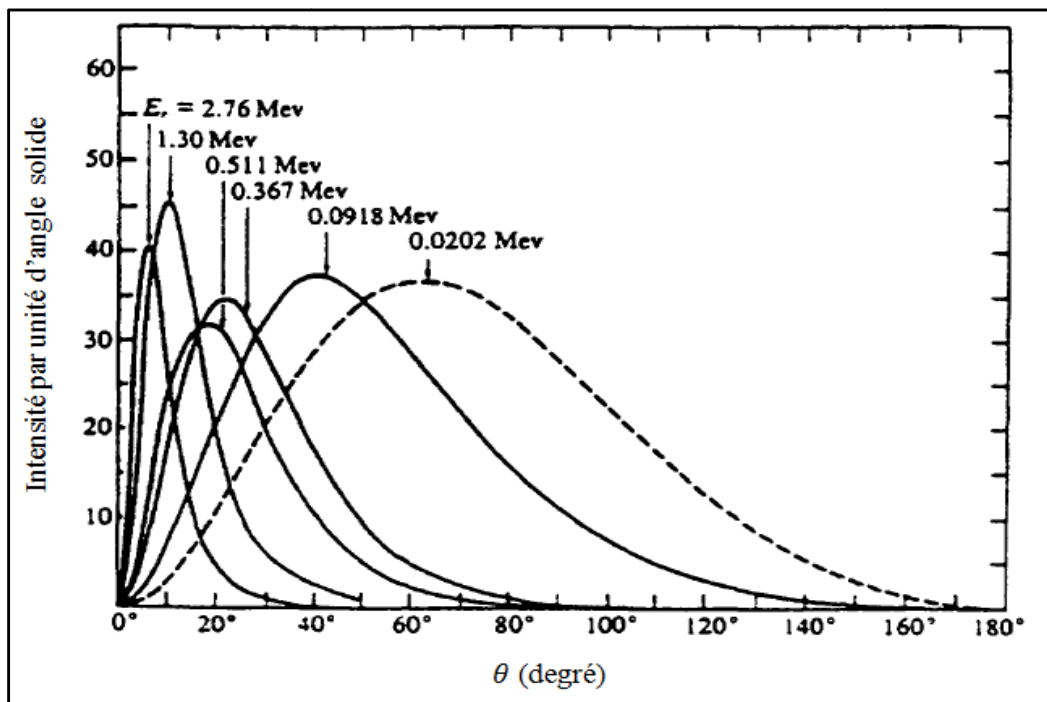


Figure 4.5. Distribution angulaire des photoélectrons.

### 4.3. Effet Compton

Cet effet se rapporte à l'interaction d'un photon avec un électron atomique considéré comme libre (un électron pour lequel l'énergie de liaison est négligeable par rapport à l'énergie du photon incident). Le photon n'est pas complètement absorbé mais diffusé dans une direction  $\theta$  par rapport à la direction incidente et cède une fraction de son énergie à l'électron dit électron Compton, qui recule dans une direction  $\varphi$  par rapport à la direction incidente (figure 4.6).

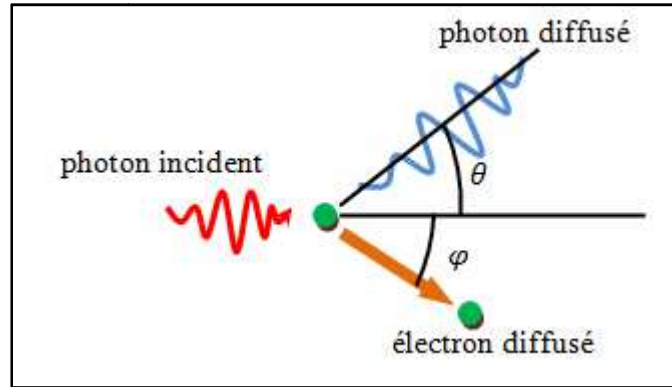


Figure 4.6. Schéma de diffusion Compton.

Pour toute particule de masse au repos  $m$ , d'énergie totale  $E$ , d'énergie cinétique  $T$  et d'impulsion  $\vec{p}$  nous avons :

$$E^2 = (T + m C^2)^2 = p^2 C^2 + m^2 C^4 \quad (4.15)$$

Ce qui permet de trouver la relation entre l'impulsion et l'énergie cinétique de la particule :

$$p^2 C^2 = T^2 + 2mC^2 T \quad (4.16)$$

ou encore :

$$p^2 = \frac{T^2}{C^2} + 2m T \quad (4.17)$$

D'autre part, pour un photon d'énergie  $E_\gamma = h\nu$ , et d'impulsion  $p_\gamma$ , nous avons :

$$p_\gamma C = E_\gamma = h\nu \quad (4.18)$$

mais  $\lambda = C/\nu$  et donc :

$$p_\gamma = \frac{h}{\lambda} \quad (4.19)$$

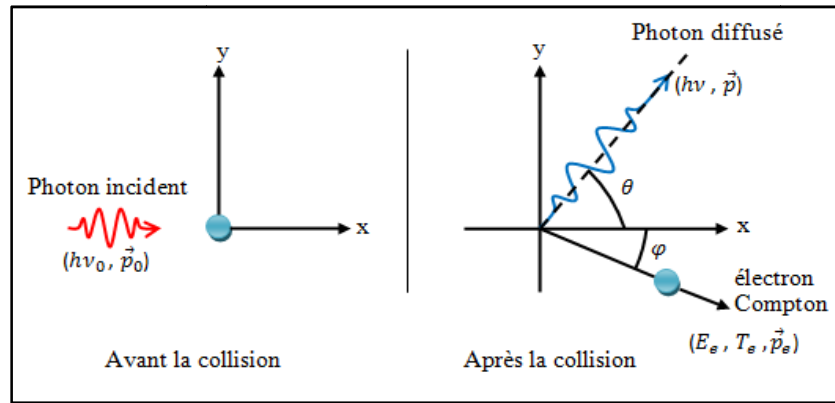


Figure 4.7. Schéma de l'effet Compton avant la diffusion et après la diffusion.

Avant l'interaction nous avons un photon d'énergie  $h\nu_0$  et d'impulsion  $\vec{p}_0$  et un électron au repos d'énergie  $m_e C^2$  et de quantité de mouvement nulle. Après l'interaction nous avons un photon d'énergie  $h\nu$ , d'impulsion  $\vec{p}$  et un électron d'énergie totale  $E_e$ , d'énergie cinétique  $T_e$  et d'impulsion  $\vec{p}_e$ . Appliquons les lois de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement :

$$\begin{cases} h\nu_0 + m_e C^2 = h\nu + \underbrace{T_e + m_e C^2}_{E_e} \\ \vec{p}_0 = \vec{p} + \vec{p}_e \end{cases} \quad (4.20)$$

Par projection de la dernière relation sur les axes  $Ox$  et  $Oy$  (figure 4.7) nous obtenons :

$$h\nu_0 + m_e C^2 = h\nu + T_e + m_e C^2 \quad (4.21)$$

$$p_0 = p \cos\theta + p_e \cos\varphi \quad (4.22)$$

$$0 = p \sin\theta - p_e \sin\varphi \quad (4.23)$$

De (4.22) et (4.23) on peut écrire :

$$(p_0 - p \cos\theta)^2 = p_e^2 \cos^2\varphi \quad (4.24)$$

$$p^2 \sin^2\theta = p_e^2 \sin^2\varphi \quad (4.25)$$

Par addition de ces deux équations membre à membre on trouve :

$$p_0^2 + p^2 - 2p_0 p \cos\theta = p_e^2 \quad (4.26)$$

De (4.21) nous avons :

$$T_e = h\nu_0 - h\nu \quad (4.27)$$

En utilisant (4.18) nous obtenons :

$$T_e = C (p_0 - p) \quad (4.28)$$

De la relation entre l'énergie cinétique de l'électron et sa quantité de mouvement (4.17) nous pouvons écrire :

$$\frac{T_e^2}{c^2} + 2 m_e T_e = p_e^2 \quad (4.29)$$

Par substitution de (4.28) dans (4.29) nous obtenons :

$$(p_0 - p)^2 + 2m_e C (p_0 - p) = p_e^2 \quad (4.30)$$

Les expressions (4.26) et (4.30), nous permettent d'écrire :

$$(p_0 - p)^2 + 2m_e C (p_0 - p) = p_0^2 + p^2 - 2p_0 p \cos\theta \quad (4.31)$$

qui se réduit après calcul à :

$$m_e C (p_0 - p) = p_0 p (1 - \cos\theta) \quad (4.32)$$

Divisons les deux membres de l'équation par  $m_e C p_0 p$  :

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p_0} = \frac{1}{m_e C} (1 - \cos\theta) \quad (4.33)$$

Multiplions par la constante de Planck  $h$  :

$$\frac{h}{p} - \frac{h}{p_0} = \frac{h}{m_e C} (1 - \cos\theta) \quad (4.34)$$

L'utilisation de (4.19) mène à l'expression :

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \lambda_c (1 - \cos\theta) \quad (4.35)$$



avec  $\lambda_C = h/(m_e C) = 0.0243 \text{ \AA}$ .  $\lambda_C$  est appelé longueur d'onde Compton et  $\Delta\lambda$  le déplacement Compton. Il est clair de (4.35) que  $\Delta\lambda$  ne dépend que de l'angle de diffusion  $\theta$ .

Lorsqu'on pose  $\theta = 0$  dans (4.35), nous trouvons  $\Delta\lambda = 0$ , c'est-à-dire  $\lambda = \lambda_0$ . Dans ce cas, le choc est tangentiel et le photon garde sa trajectoire et toute son énergie.

Pour  $\theta = 180^\circ$ , nous obtenons de (4.35)  $\Delta\lambda = 2\lambda_C$ . Le déplacement Compton est maximal. Dans ce cas, la collision est frontale et le photon diffusé se déplace dans le sens opposé du photon incident : c'est la rétrodiffusion.

Calculons, maintenant, l'énergie du photon diffusé. De (4.35) on peut écrire :

$$\lambda = \lambda_0 + \lambda_C (1 - \cos\theta) \quad (4.36)$$

qui se transforme en utilisant la relation entre la longueur d'onde et la fréquence à :

$$\frac{c}{\nu} = \frac{c}{\nu_0} + \lambda_C (1 - \cos\theta) = \frac{c + \lambda_C \nu_0 (1 - \cos\theta)}{\nu_0} \quad (4.37)$$

Tirons l'expression de la fréquence  $\nu$  :

$$\nu = \frac{c \nu_0}{c + \lambda_C \nu_0 (1 - \cos\theta)} = \frac{\nu_0}{1 + \frac{\lambda_C \nu_0}{c} (1 - \cos\theta)} \quad (4.38)$$

Multiplions par la constante de Planck pour obtenir l'énergie du photon diffusé :

$$h\nu = \frac{h\nu_0}{1 + \frac{\lambda_C \nu_0}{c} (1 - \cos\theta)} = \frac{h\nu_0}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)} \quad (4.39)$$

avec :

$$\alpha = \frac{\lambda_C \nu_0}{c} = \frac{h\nu_0}{m_e c^2} \quad (4.40)$$

Pour le photon rétrodiffusé, nous obtenons de (4.39) en posant  $\theta = 180^\circ$  :

$$h\nu = \frac{h\nu_0}{1 + 2\alpha} \quad (4.41)$$

Si la collision se faisait avec un électron fortement lié ou l'énergie du photon incident est faible, il y a de fortes chances que l'électron ne soit pas éjecté de l'atome. Dans ce cas, on considère que la collision est faite avec tout l'atome et il serait judicieux de remplacer la masse de l'électron ( $m_e$ ) dans l'expression de  $\lambda_C$  par celle de l'atome,  $M$ . Et puisque  $M \gg m_e$ , alors  $\Delta\lambda$  est extrêmement petit et la longueur d'onde du photon diffusé est pratiquement la même que le photon incident.

Il nous reste maintenant de trouver l'énergie cinétique de l'électron de recul. De (4.27) et (4.39) nous avons :

$$T_e = h\nu_0 - h\nu = h\nu_0 - \frac{h\nu_0}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)} = \frac{h\nu_0\alpha(1 - \cos\theta)}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)} \quad (4.42)$$

L'énergie cinétique de l'électron de recul varie de presque 0 pour  $\theta \approx 0$  à une valeur maximale pour  $\theta = 180^\circ$  (choc frontal) :

$$(T_e)_{max} = \frac{2h\nu_0\alpha}{(1 + 2\alpha)} \quad (4.43)$$

Une relation entre l'angle de diffusion de l'électron Compton et l'angle d'émergence du photon diffusé peut être établie en utilisant les relations (4.22), (4.23) et (4.39). Par un calcul direct nous aboutissons à l'expression suivante :

$$\cotg\varphi = (1 + \alpha) \tg\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (4.44)$$

On voit que lorsque  $\theta$  augmente de 0 à  $180^\circ$ ,  $\varphi$  décroît de  $90^\circ$  à  $0^\circ$ . Ceci veut dire que l'électron Compton émerge toujours vers l'avant avec un angle  $0 \leq \varphi \leq 90^\circ$ , alors que le photon peut être diffusé dans n'importe quelle direction.

### **Exemple 4.2**

Dans la diffusion Compton, un photon d'énergie  $h\nu_0 = 1.2 \text{ MeV}$  est diffusé par un électron immobile avec un angle  $\theta = 60^\circ$ . Calculer :

- 1- l'énergie du photon diffusé.
- 2- le déplacement Compton  $\Delta\lambda$ .
- 3- l'énergie de l'électron Compton et son angle de recul.

**Solution**

1- Calculons tout d'abord  $\alpha$  de (4.40) :

$$\alpha = \frac{h\nu_0}{m_e c^2} = \frac{1.2}{0.511} = 2.348 \quad (4.45)$$

De la relation (4.39), nous trouvons l'énergie du photon diffusé :

$$h\nu = \frac{h\nu_0}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)} = \frac{1.2}{1 + 2.348 \times [1 - \cos(\frac{\pi}{3})]} = 0.552 \text{ MeV} \quad (4.46)$$

2- Pour le calcul du déplacement de Compton utilisant la relation (4.35) :

$$\Delta\lambda = \lambda_C (1 - \cos\theta) = 0.0243 \times \left[1 - \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right] = 0.01215 \text{ \AA} \quad (4.47)$$

3- L'énergie de recul de l'électron peut être calculée de (4.42) ou tout simplement de (4.27)

$$T_e = h\nu_0 - h\nu = 1.2 - 0.552 = 0.648 \text{ MeV} \quad (4.48)$$

Concernant l'angle de diffusion de l'électron, la relation (4.44) donne :

$$\cot\varphi = (1 + \alpha) \operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right) = (1 + 2.348) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1.933 \quad (4.49)$$

Ce qui donne approximativement un angle  $\varphi = 27^\circ$ .

**Exemple 3.3**

Considérons la diffusion Compton d'un photon d'énergie  $h\nu_0 = 0.55 \text{ MeV}$  par un électron immobile. Dans cette diffusion, l'électron est éjecté avec l'énergie cinétique  $T_e = 0.15 \text{ MeV}$ .

1- Utiliser la loi de conservation de l'énergie pour déterminer la longueur d'onde,  $\lambda$ , du photon diffusé.

2- Déterminer l'angle,  $\theta$ , entre la direction du photon diffusé et la direction du photon incident.

**Solution**

1- De l'expression (4.21) exprimant la conservation de l'énergie du système nous tirons l'énergie du photon diffusé :

$$h \nu = h \nu_0 - T_e = 0.55 - 0.15 = 0.40 \text{ MeV} \quad (4.50)$$

De la relation (4.3), nous avons pour la longueur d'onde du photon diffusé :

$$\lambda = \frac{1240}{h \nu} = \frac{1240}{0.40 \times 10^6} = 31 \times 10^{-4} \text{ nm} \quad (4.51)$$

2- Calculons la longueur d'onde du photon incident. De (4.3), nous avons :

$$\lambda_0 = \frac{1240}{h \nu_0} = \frac{1240}{0.55 \times 10^6} = 22.55 \times 10^{-4} \text{ nm} \quad (4.52)$$

De la relation de déplacement de Compton (4.35) tirons  $\cos \theta$  :

$$\cos \theta = 1 - \frac{\Delta \lambda}{\lambda_C} = 1 - \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_C} \quad (4.53)$$

En tenant compte des valeurs calculées de  $\lambda_0$ ,  $\lambda$  et  $\lambda_C = 0.0243 \text{ \AA}$ , nous obtenons :

$$\cos \theta = 1 - \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_C} = 1 - \frac{(31 \times 10^{-4} - 22.55 \times 10^{-4})}{0.0243 \times 10^{-1}} = 0.6523 \quad (4.54)$$

Ce qui donne  $\theta \approx 49^\circ$ .

**Exemple 4.4**

Trouver, dans la diffusion Compton, la longueur d'onde du rayonnement incident si on sait que l'énergie cinétique maximale de l'électron Compton est  $(T_e)_{max} = 0.20 \text{ MeV}$ .

**Solution**

De la relation (4.40) nous avons :

$$h\nu_0 = \alpha m_e C^2 \quad (4.55)$$

par substitution dans (4.43) nous obtenons l'expression :

$$(T_e)_{max} = \frac{2\alpha^2 m_e C^2}{(1+2\alpha)} \quad (4.56)$$

que nous transformons à une équation de second ordre en  $\alpha$  :

$$2\alpha^2 m_e C^2 - 2(T_e)_{max} \alpha - (T_e)_{max} = 0 \quad (4.57)$$

avec  $(T_e)_{max} = 0.20 \text{ MeV}$  et  $m_e C^2 = 0.511 \text{ MeV}$ , nous aurons de (4.57) :

$$1.022 \alpha^2 - 0.4 \alpha - 0.2 = 0 \quad (4.58)$$

Nous ne gardons que la solution positive  $\alpha = 0.68$  de cette équation car  $\alpha = h\nu_0/(m_e C^2) > 0$ . L'énergie du photon incident est de (4.55)  $h\nu_0 = \alpha m_e C^2 = 0.68 \times 0.511 = 0.347 \text{ MeV}$ .

De la relation (4.3), la longueur d'onde du rayonnement incident a pour valeur :

$$\lambda_0 = \frac{1240}{0.347 \times 10^6} = 0.00357 \text{ nm} \quad (4.59)$$

La section efficace différentielle par électron pour la diffusion Compton est obtenue par Klein-Nishina dans le contexte de la mécanique quantique relativiste :

$$\frac{d\sigma_C}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \frac{1}{[1+\alpha(1-\cos\theta)]^2} \left[ 1 + \cos^2\theta + \frac{\alpha^2(1-\cos\theta)^2}{1+\alpha(1-\cos\theta)} \right] \quad (4.60)$$

où  $r_e = 2.818 \text{ fm}$  est le rayon classique de l'électron. L'intégration de cette expression donne la probabilité totale par électron d'occurrence de la diffusion Compton :

$$\sigma_C = 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{1+\alpha}{\alpha^2} \left[ \frac{2(1+\alpha)}{1+2\alpha} - \frac{1}{\alpha} \ln(1+2\alpha) \right] + \frac{1}{2\alpha} \ln(1+2\alpha) - \frac{1+3\alpha}{(1+2\alpha)^2} \right\} \quad (4.61)$$

qui se réduit à basse énergie ( $\alpha \ll 1$ ) à :

$$\sigma_C = \frac{8\pi r_e^2}{3} (1 - 2\alpha) \quad (4.62)$$

et à haute énergie ( $\alpha \gg 1$ ) à :

$$\sigma_C = \frac{\pi r_e^2}{\alpha} \left[ \frac{1}{2} + \ln(2\alpha) \right] \quad (4.63)$$

#### 4.4. Production de paires

Dans ce processus (figure 4.8), lorsqu'un photon de haute énergie pénètre dans le champ coulombien d'un noyau, il perd la totalité de son énergie et une paire électron-positron est créée. L'excès d'énergie est communiqué aux deux particules sous forme d'énergie cinétique.

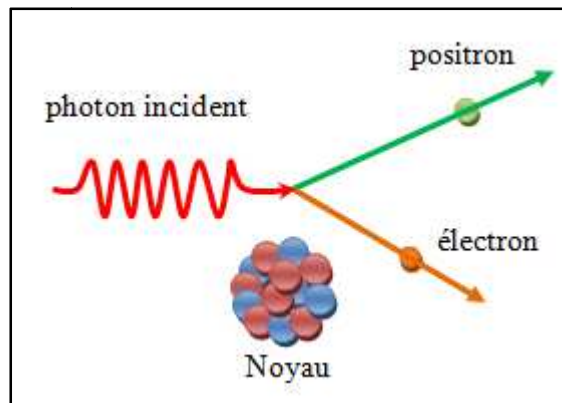


Figure 4.8. Schéma représentatif de l'effet production de paires.

Si l'on désigne par  $h\nu$  l'énergie du photon incident,  $T_{e^-}$  l'énergie cinétique de l'électron et par  $T_{e^+}$  l'énergie du positron, alors la loi de conservation de l'énergie permet d'écrire :

$$h\nu = T_{e^-} + T_{e^+} + 2 m_e c^2 \quad (4.64)$$

L'énergie de recul du noyau qui est massif est négligée. La relation (4.64) montre que la production de paire ne peut avoir lieu que si l'énergie du photon est au minimum égale à  $2 m_e c^2 = 1.022 \text{ MeV}$ . Le positron est produit avec une énergie cinétique un peu plus grande de celle de l'électron car l'interaction coulombienne de la paire avec le noyau chargé positivement mène à l'accélération du positron et au ralentissement de l'électron.

La présence d'un noyau (ou plus rarement un électron) est nécessaire afin de préserver les lois de conservation de l'énergie et de l'impulsion. La production de paire ne peut pas se produire dans le vide.

**Exemple 4.5**

Montrer que la création de paire ne peut pas se produire dans le vide.

**Solution**

Désignons par  $\theta$  et  $\varphi$  les angles d'émergence de l'électron et du positron par rapport à la direction du photon (figure 4.9) et par  $\vec{p}_\gamma$ ,  $\vec{p}_{e^-}$  et  $\vec{p}_{e^+}$  les impulsions du photon, de l'électron et du positron respectivement. Appliquons les lois de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement :

$$\begin{cases} h\nu = E_{e^-} + E_{e^+} \\ \vec{p}_\gamma = \vec{p}_{e^-} + \vec{p}_{e^+} \end{cases} \quad (4.65)$$

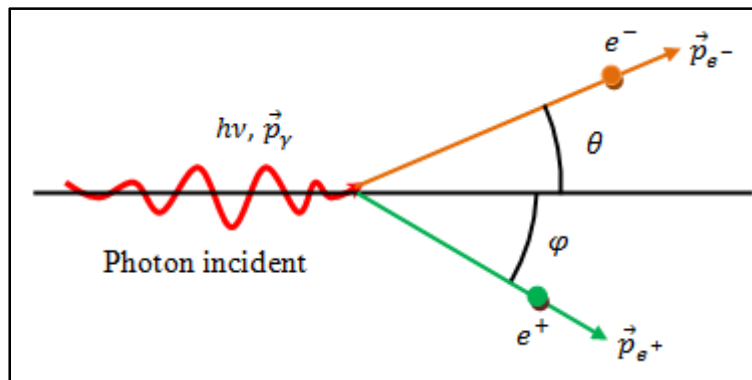


Figure 4.9. Schéma de création d'une paire électron-positron.

En tenant compte de la relation entre l'énergie et l'impulsion (4.15) et en faisant la projection de la deuxième relation sur la direction d'incidence du photon on trouve :

$$\begin{cases} hv = \sqrt{p_{e^-}^2 - C^2 + m_e^2 C^4} + \sqrt{p_{e^+}^2 + C^2 + m_e^2 C^4} = \left( \sqrt{p_{e^-}^2 + m_e^2 C^2} + \sqrt{p_{e^+}^2 + m_e^2 C^2} \right) C \\ \frac{hv}{c} = p_{e^-} \cos\theta + p_{e^+} \cos\varphi \end{cases} \quad (4.66)$$

Il résulte de la première relation que  $hv > (p_{e^-} + p_{e^+}) C$  ce qui contredit le résultat qui peut être obtenu de la deuxième relation et qui est  $hv < (p_{e^-} + p_{e^+}) C$ . Donc la production de paire ne peut pas se produire dans le vide.

Après la production de la paire, le positron est ralenti dans la matière. Une fois l'énergie cinétique du positron est proche de zéro, il s'annihile avec un électron au repos du milieu générant deux photons chacun d'énergie 511 keV. Les deux photons sont émis à  $180^\circ$  l'un par rapport à l'autre.

Il n'existe pas une expression simple donnant la section efficace de production de paires vu que l'effet d'écran créé par les électrons entourant le noyau joue un rôle important dans ce processus d'interaction des photons avec la matière. Dans le cas d'absence d'écrantage avec  $m_e C^2 \ll hv \ll 137 m_e C^2 Z^{1/3}$ , l'expression analytique donnant la section efficace est :

$$\sigma_{paire} \approx 4\alpha r_e^2 Z^2 \left[ \frac{7}{9} \ln \left( \frac{2 hv}{m_e C^2} \right) - \frac{109}{54} \right] \quad (4.67)$$

Pour un effet d'écran total,  $hv \gg 137 m_e C^2 Z^{1/3}$ , l'expression de  $\sigma_{paire}$  a la forme :

$$\sigma_{paire} \approx 4\alpha r_e^2 Z^2 \left[ \frac{7}{9} \ln \left( \frac{183}{Z^{1/3}} \right) - \frac{1}{54} \right] \quad (4.68)$$

La section efficace pour la production de paires, est nulle lorsque l'énergie du photon est inférieure au double de l'énergie de l'électron au repos. Pour des énergies supérieures à  $2m_e C^2$ , elle croit avec le numéro atomique du milieu approximativement en  $Z^2$  et avec l'énergie du photon comme  $\ln(hv)$ . Un exemple illustrant la variation de la section efficace de l'effet de production de paires en fonction de l'énergie du photon dans le plomb est présenté sur la figure 4.10.



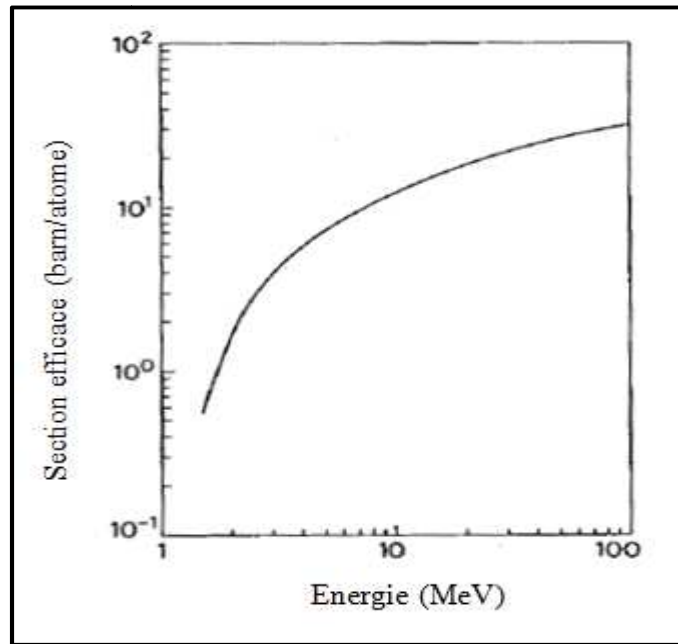


Figure 4.10. Section efficace de production de paires dans le plomb.

**Exemple 4.6**

Un électron ( $e^-$ ) et un positron ( $e^+$ ) se déplaçant dans le même sens avec la vitesse  $V_{e^-} = V_{e^+} = \frac{\sqrt{3}}{2} C$  s'annihilent et donnent naissance à deux photons  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$ . Les deux photons produits émergent avec le même angle,  $\theta$ , par rapport à la direction d'incidence de la paire ( $e^-, e^+$ ).

- Appliquer les lois de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement pour déterminer l'énergie des deux photons et leur angle de diffusion  $\theta$ .

**Solution**

Pour une particule relativiste se déplaçant avec une vitesse  $V$ , nous avons  $\beta = V/C$ ,  $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$ ,  $E = m\gamma C^2$  et  $\vec{p} = m\gamma\vec{V}$ . Puisque l'électron et le positron ont la même vitesse, alors  $\beta_{e^-} = \beta_{e^+}$  et  $\gamma_{e^-} = \gamma_{e^+}$ . Nous savons aussi que la masse au repos de l'électron est égale à celle du positron. Ceci conduit aux égalités suivantes  $E_{e^-} = E_{e^+}$  et  $\vec{p}_{e^-} = \vec{p}_{e^+}$ . De la loi de conservation de l'énergie nous avons :

$$E_{e^-} + E_{e^+} = E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2} \tag{4.69}$$

En tenant compte de l'égalité  $E_{e^-} = E_{e^+}$  et la valeur de  $E_{e^-}$  :

$$E_{e^-} = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1-\beta_{e^-}^2}} = \frac{(0.511)}{\sqrt{1-(\sqrt{3}/2)^2}} = 1.022 \text{ MeV} \quad (4.70)$$

la relation (4.69) s'écrit :

$$E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2} = 2E_{e^-} = 2.044 \text{ MeV} \quad (4.71)$$

La conservation de la quantité de mouvement du système s'écrit :

$$\vec{p}_{e^-} + \vec{p}_{e^+} = \vec{p}_{\gamma_1} + \vec{p}_{\gamma_2} \quad (4.72)$$

Par projection sur les axes  $Ox$  et  $Oy$  (figure 4.11) nous obtenons :

$$\begin{cases} 2 p_{e^-} = p_{\gamma_1} \cos\theta + p_{\gamma_2} \cos\theta \\ 0 = p_{\gamma_1} \sin\theta - p_{\gamma_2} \sin\theta \end{cases} \quad (4.73)$$

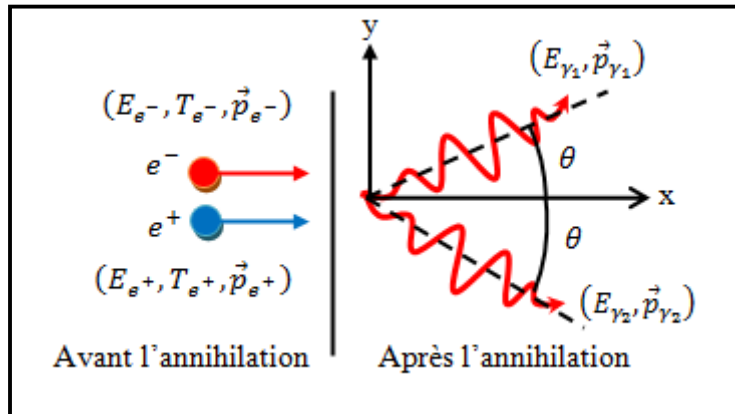


Figure 4.11. Schéma d'annihilation d'un électron et d'un positron.

De la deuxième équation du système précédent, il découle  $p_{\gamma_1} = p_{\gamma_2}$ . Et puisque pour tout photon la relation entre son énergie et son impulsion est  $E_{\gamma} = p_{\gamma}C$ , alors  $E_{\gamma_1} = E_{\gamma_2}$ . Si nous portons cette égalité dans la relation (4.71), nous obtenons  $2E_{\gamma_1} = 2.044 \text{ MeV}$ . Ce qui donne pour l'énergie des deux photons :

$$E_{\gamma_1} = 1.022 \text{ MeV} \quad (4.74)$$

Tirons  $\cos\theta$  de la première équation du système (4.73) :

$$\cos\theta = \frac{2 p_{e^-}}{p_{\gamma_1} + p_{\gamma_2}} \quad (4.75)$$

Compte tenu du fait que  $p_{\gamma_1} = p_{\gamma_2} = E_{\gamma_1}/C$  et  $C p_{e^-} = \sqrt{E_{e^-}^2 - (m_e C^2)^2}$ , alors l'expression de  $\cos\theta$  se transforme à la forme :

$$\cos\theta = \frac{2 C p_{e^-}}{2 E_{\gamma_1}} = \frac{\sqrt{E_{e^-}^2 - (m_e C^2)^2}}{E_{\gamma_1}} \quad (4.76)$$

L'application numérique donne :

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{(1.022)^2 - (0.511)^2}}{1.022} = 0.866 \quad (4.77)$$

ce qui correspond à un angle  $\theta = 30^\circ$ .

#### **Exemple 4.7**

Un électron d'énergie cinétique  $T_{e^-} = 3.5216 \text{ MeV}$  s'annihile avec un positron immobile donnant naissance à deux photons, un photon d'énergie  $E_{\gamma_1}$  qui se propage dans le même sens que l'électron et un photon d'énergie  $E_{\gamma_2}$  qui se propage dans le sens inverse de l'électron.

En appliquant les lois de conservation de l'énergie et de l'impulsion, calculer les énergies  $E_{\gamma_1}$  et  $E_{\gamma_2}$  des deux photons.

#### **Solution**

La conservation de l'énergie totale du système permet d'écrire :

$$E_{e^-} + E_{e^+} = E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2} \quad (4.78)$$

L'énergie totale de l'électron est  $E_{e^-} = T_{e^-} + m_e C^2$ , alors que pour le positron immobile  $E_{e^+} = m_e C^2$ . De (4.78) nous avons :

$$E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2} = T_{e^-} + 2 m_e C^2 = 3.5216 + 2 \times 0.511 = 4.5436 \text{ MeV} \quad (4.79)$$

La conservation de la quantité de mouvement du système permet d'écrire :

$$\vec{p}_{e^-} + \vec{p}_{e^+} = \vec{p}_{\gamma_1} + \vec{p}_{\gamma_2} \quad (4.80)$$

En projetant sur la direction du mouvement de l'électron (figure 4.12) et en tenant compte du fait que  $\vec{p}_{e^+} = 0$ ,  $p_{\gamma_1} = E_{\gamma_1}/C$  et  $p_{\gamma_2} = E_{\gamma_2}/C$ , nous obtenons de (4.80) :

$$p_{e^-} = p_{\gamma_1} - p_{\gamma_2} = \frac{E_{\gamma_1}}{C} - \frac{E_{\gamma_2}}{C} \quad (4.81)$$

soit encore avec :

$$C p_{e^-} = \sqrt{E_{e^-}^2 - (m_e C^2)^2} = \sqrt{(T_{e^-} + m_e C^2)^2 - (m_e C^2)^2} \quad (4.82)$$

$$\begin{aligned} E_{\gamma_1} - E_{\gamma_2} &= C p_{e^-} = \sqrt{(T_{e^-} + m_e C^2)^2 - (m_e C^2)^2} \\ &= \sqrt{(3.5216 + 0.511)^2 - (0.511)^2} = 4.0 \text{ MeV} \end{aligned} \quad (4.83)$$

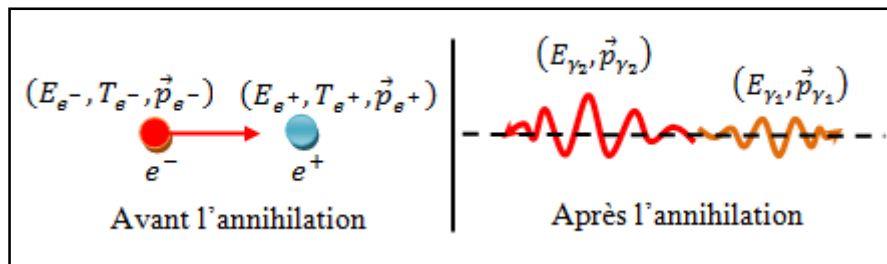


Figure 4.12. . Annihilation d'un électron et d'un positron et apparition de deux photons se déplaçant dans deux sens opposés.

De (4.79) et (4.83), nous obtenons le système d'équations :

$$\begin{cases} E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2} = 4.5436 \\ E_{\gamma_1} - E_{\gamma_2} = 4.0 \end{cases} \quad (4.84)$$

dont la solution donne l'énergie des deux photons d'annihilation :  $E_{\gamma_1} = 4.2718 \text{ MeV}$  et  $E_{\gamma_2} = 0.2718 \text{ MeV}$ .

#### 4.5. Importance relative des trois effets

Comme nous l'avons déjà indiqué, les processus les plus importants dans l'interaction des photons avec la matière sont les effets ; photoélectrique, Compton et la production de paires. La figure 4.13 montre l'importance relative de ces trois effets en fonction de l'énergie du photon  $h\nu$  et du numéro atomique du milieu  $Z$ . On distingue deux courbes ; la courbe  $C_1$  le long de laquelle l'effet photoélectrique et l'effet Compton sont équiprobables et la courbe  $C_2$  le long de laquelle les effets Compton et la production de paires ont également la même probabilité. À basse énergie, c'est l'effet photoélectrique qui domine. Il cessera de l'être à partir de  $\sim 0.5 \text{ MeV}$  dans les milieux de  $Z$  élevé. À haute énergie, c'est l'effet de production de paires qui domine. Il commence à l'être à partir de  $\sim 5 \text{ MeV}$  dans les milieux de  $Z$  élevé. Dans le domaine compris entre les deux courbes, c'est l'effet Compton qui domine.

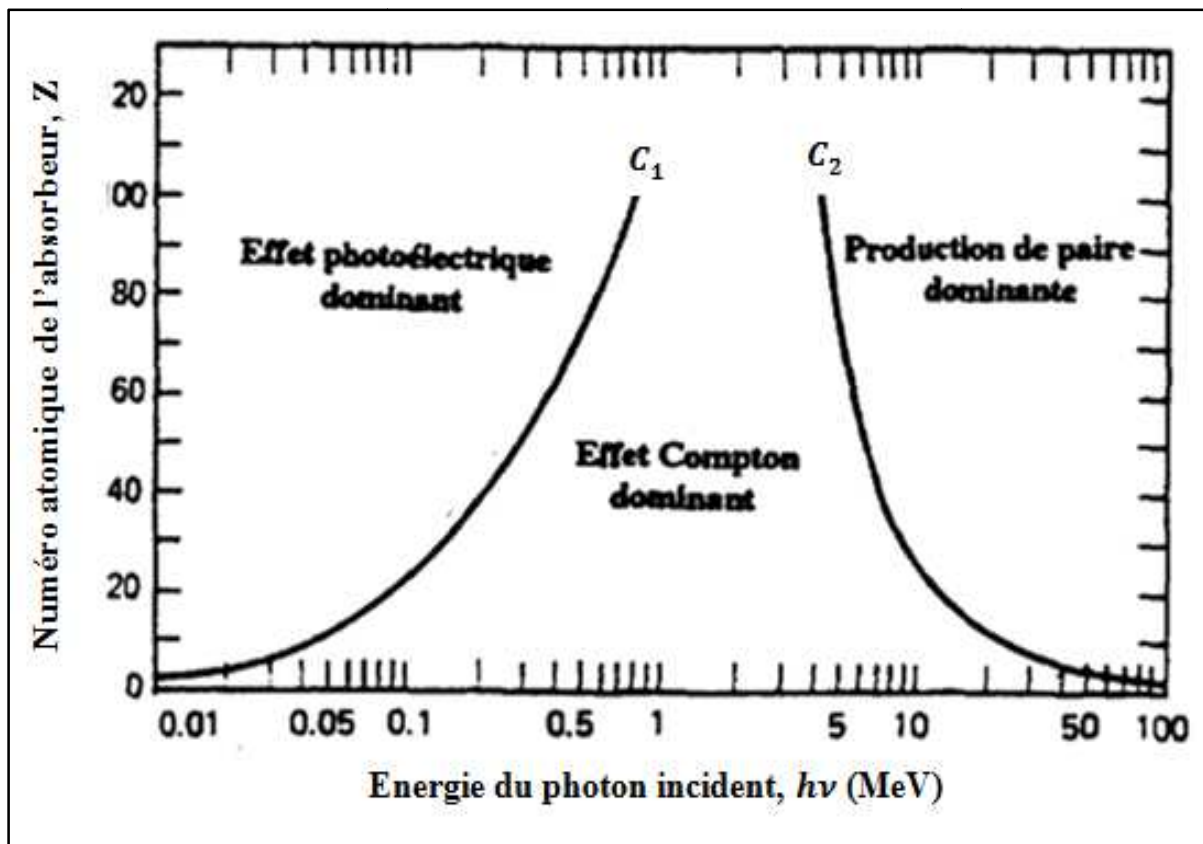


Figure 4.13. Importance relative de l'effet photoélectrique, Compton et production de paires en fonction de l'énergie du photon incident et du numéro atomique du milieu.

### 4.6. Atténuation des photons dans la matière

Considérons un faisceau de photons monoénergétiques contenant  $I_0$  photons frappant normalement un matériau homogène de densité atomique  $N$ . Les photons interagissent avec les constituants du milieu par effet photoélectrique, effet Compton ou production de paires. On ne s'intéresse qu'aux photons qui n'ont subi aucune interaction. Soit  $I(x)$  le nombre de photons restant dans le faisceau après avoir traversés une distance  $x$  dans le matériau et  $I(x + dx)$  est leur nombre après avoir parcourus une tranche supplémentaire  $dx$  (voir figure 4.14).

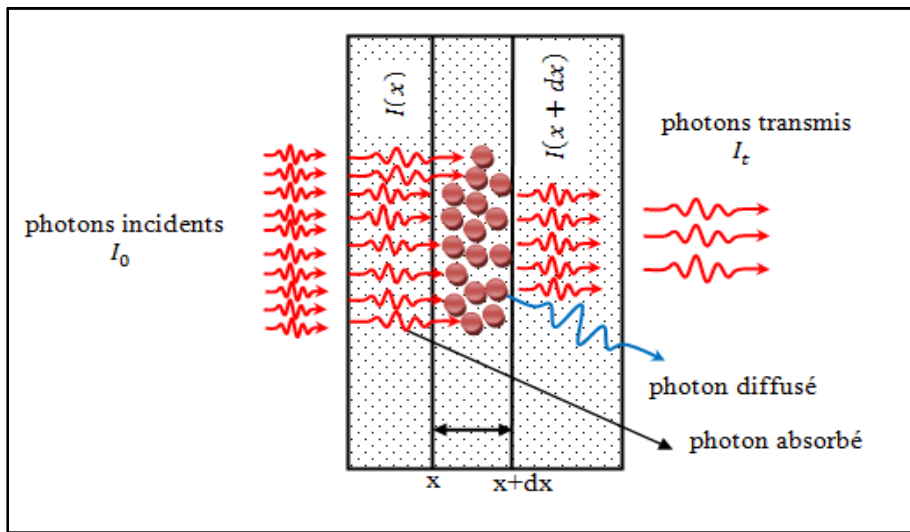


Figure 4.14. Atténuation d'un faisceau de photons.

Puisque le faisceau est atténué après la traversée de l'épaisseur  $dx$ , alors  $I(x + dx) < I(x)$ . Nous obtenons  $I(x + dx)$  en retranchant le nombre de photons ayant interagit du nombre de photons incident  $I(x)$ . Le nombre de photons ayant interagit  $B$  est proportionnel à  $I, N$  et  $dx$  :

$$B = \sigma N I(x) dx \tag{4.85}$$

où  $\sigma$  est le coefficient de proportionnalité. Le nombre de photons  $I(x + dx)$  est :

$$I(x + dx) = I(x) - B = I(x) - \sigma N I(x) dx \tag{4.86}$$

D'autre part nous avons :

$$I(x + dx) = I(x) + \frac{dI}{dx} dx = I(x) + dI \quad (4.87)$$

De (4.86) et (4.87) nous obtenons :

$$dI = -\sigma N I(x) dx \quad (4.88)$$

Le rapport  $-dI/I = dP$  est sans unité et donne le nombre d'interactions produites sur le nombre d'interactions qui étaient possibles. Donc  $-dI/I$  représente la probabilité d'atténuation des photons. La quantité  $(N dx)$  a la dimension de l'inverse d'une surface. Par conséquent,  $\sigma$  a la dimension d'une surface.  $\sigma$  est appelé section efficace totale d'interaction. Elle est la somme de trois sections efficaces :

$$\sigma = \sigma_{ph} + \sigma_c + \sigma_{paire} \quad (4.89)$$

Réécrivons (4.88) pour avoir l'équation différentielle :

$$\frac{dI}{I} = -\sigma N dx \quad (4.90)$$

L'intégration de cette équation avec  $I(x = 0) = I_0$  donne la loi d'atténuation d'un faisceau de photons monoénergétiques :

$$I(x) = I_0 e^{-\sigma N x} \quad (4.91)$$

On constate de (4.91) que les photons ne sont pas arrêtés totalement dans la matière, mais leur faisceau y est simplement atténué. Cette atténuation dépend de l'épaisseur du milieu traversée. Introduisons le coefficient d'atténuation linéaire des photons dans le matériau,  $\mu = N \sigma = -dI/(I dx)$ . Il a la dimension de l'inverse d'une longueur  $[\mu] = cm^{-1}$ . Il représente la probabilité d'interaction pour un photon, par unité d'épaisseur de matière, autrement dit c'est la fraction de photons qui interagit par unité de longueur du milieu. La quantité  $1/\mu$  est appelée libre parcours moyen des photons dans la matière. C'est la distance moyenne parcourue dans le milieu avant que ne se produise une interaction. La relation (4.91) s'écrit en fonction de  $\mu$  :

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x} \quad (4.92)$$

Le coefficient d'atténuation peut être écrit sous la forme d'une somme de trois coefficients,  $\mu_{ph}$  le coefficient d'atténuation de l'effet photoélectrique,  $\mu_C$  le coefficient d'atténuation de l'effet Compton et  $\mu_{paire}$  le coefficient d'atténuation de la production de paires (figure 4.15) :

$$\mu = \mu_{ph} + \mu_C + \mu_{paire} \quad (4.93)$$

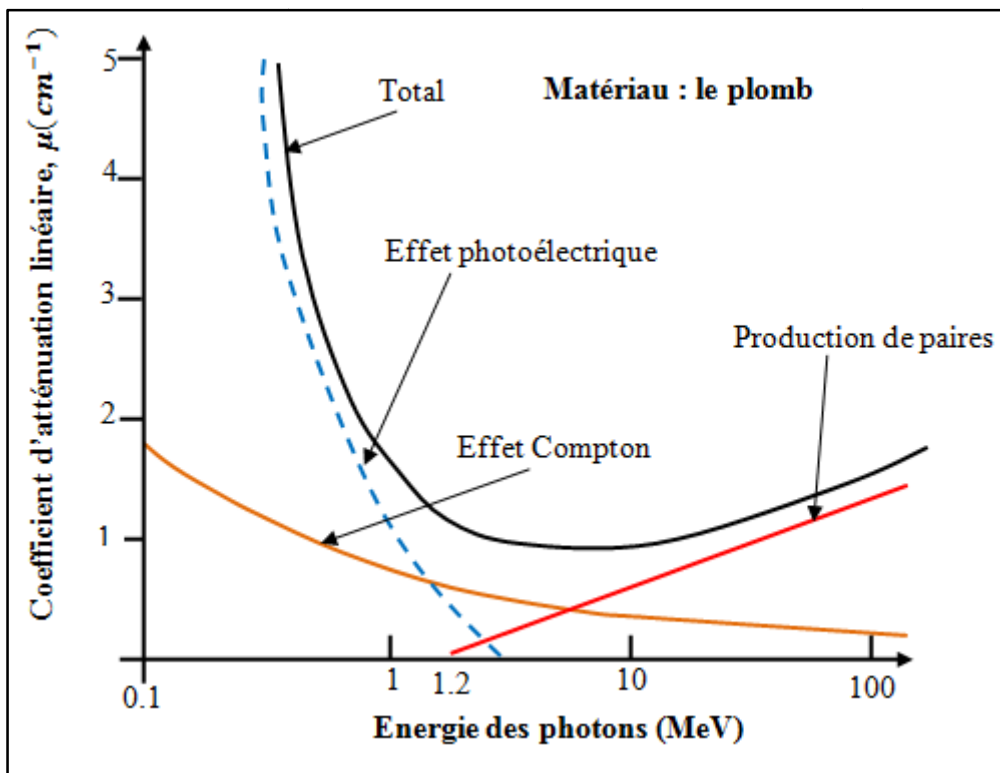


Figure 4.15. Coefficient d'atténuation linéaire en fonction de l'énergie des photons dans le plomb.

La loi d'atténuation peut être aussi présentée sous la forme :

$$I(x) = I_0 e^{-\frac{\mu}{\rho}(\rho x)} \quad (4.94)$$

La quantité  $\mu/\rho$  est appelée coefficient d'atténuation massique et  $\rho$  est la masse volumique du milieu.  $\rho x$  est la masse surfacique de l'écran et s'exprime en  $g.cm^{-2}$ . Etablissons la relation entre le coefficient d'atténuation massique et la section efficace. Nous avons :



$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{\sigma N}{\rho} = \frac{\sigma \mathcal{N}_a}{A} \quad (4.95)$$

où nous avons remplacé la densité atomique  $N$  par sa valeur  $(\rho \mathcal{N}_a)/A$  avec  $\mathcal{N}_a$  le nombre d'Avogadro et  $A$  la masse atomique du milieu. De façon similaire à (4.93), nous écrivons pour les coefficients massiques d'atténuation :

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{\mu_{ph}}{\rho} + \frac{\mu_C}{\rho} + \frac{\mu_{paire}}{\rho} \quad (4.96)$$

La figure 4.16 présente le coefficient d'atténuation massique pour différents matériaux.

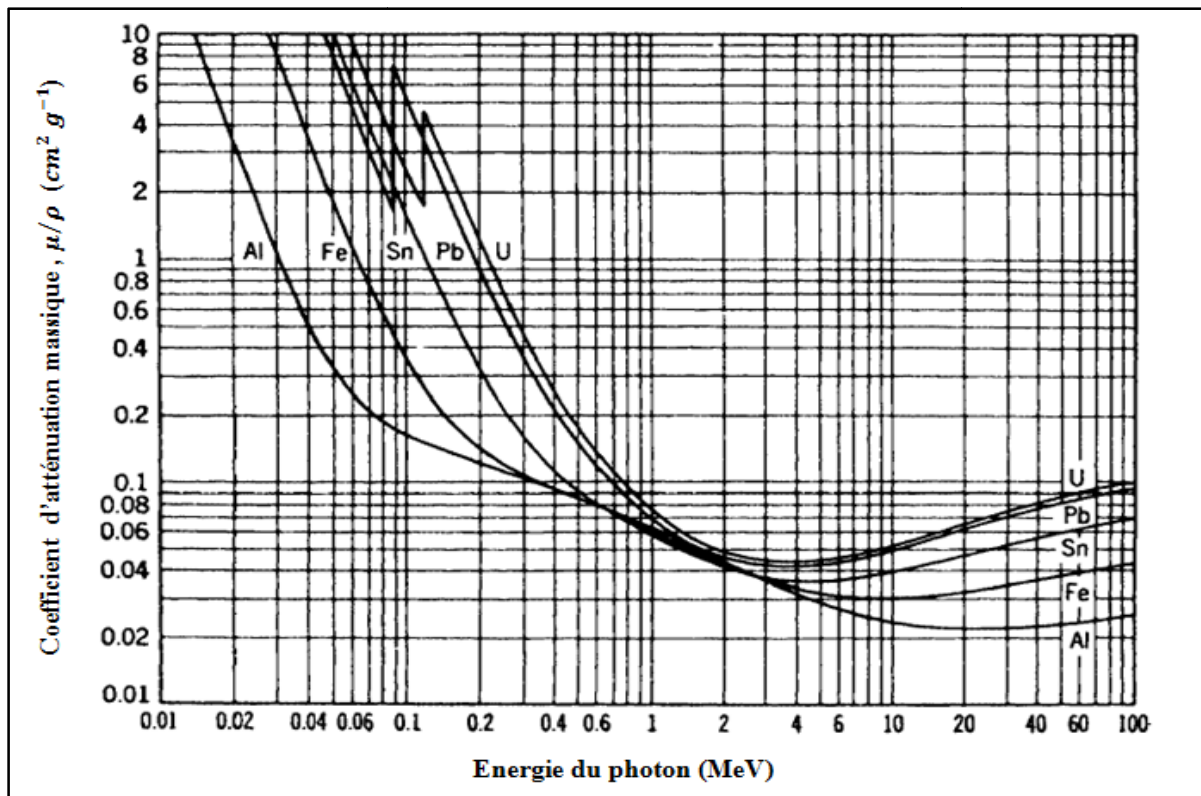


Figure 4.16. Coefficient d'atténuation massique pour différents matériaux.

**Exemple 4.8**

Calculer la section efficace du plomb pour des photons de 400 keV.

**Solution**

De la figure 4.16 on trouve que pour l'énergie du photon  $0.4 \text{ MeV}$ , le coefficient d'atténuation massique est  $\mu/\rho = 0.2 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ . De la relation (4.95), nous pouvons écrire :

$$\frac{\mu}{\rho} = 0.2 \frac{\text{cm}^2}{\text{g}} = \frac{\sigma N_a}{A} \quad (4.97)$$

Ce qui donne pour la section efficace :

$$\sigma = 0.2 \frac{A}{N_a} = \frac{0.2 \times 207}{6.023 \times 10^{23}} = 68.74 \times 10^{-24} \text{ cm}^2 = 68.74 \text{ barn} \quad (4.98)$$

**4.7. Couche de demi-atténuation (CDA)**

C'est l'épaisseur nécessaire que doit avoir un absorbeur pour atténuer de moitié le nombre de photons incidents (figure 4.17) :

$$I(x = x_{1/2}) = \frac{I_0}{2} \quad (4.99)$$

Utilisons (4.92) :

$$\frac{I_0}{2} = I_0 e^{-\mu x_{1/2}} \quad (4.100)$$

soit :

$$x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} \quad (4.101)$$

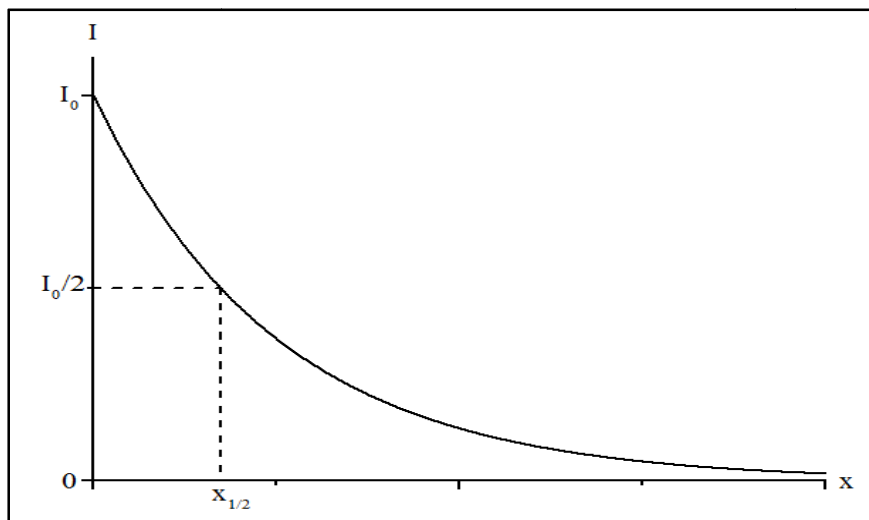


Figure 4.17. Courbe d'atténuation d'un faisceau de photons.

La couche de demi-atténuation  $x_{1/2}$  comme  $\mu$  dépend du matériau et de l'énergie des photons incidents. Ceci est illustré dans les deux tableaux (4.1) et (4.2).

Tableau 4.1. Coefficient d'atténuation linéaire et la CDA pour différents matériaux.

$E_\gamma = 0.835 \text{ MeV}$			
Matériau	${}^{27}_{13}\text{Al}$	${}^{63}_{29}\text{Cu}$	${}^{208}_{82}\text{Pb}$
$x_{1/2} \text{ (cm)}$	3.808	1.199	0.740
$\mu \text{ (cm}^{-1}\text{)}$	0.182	0.578	0.937

Tableau 4.2. Coefficient d'atténuation linéaire et la CDA dans le plomb pour différentes énergies des photons.

${}^{208}_{82}\text{Pb}$			
$E_\gamma \text{ (MeV)}$	0.835	1.14	2.76
$x_{1/2} \text{ (cm)}$	0.740	0.980	1.450
$\mu \text{ (cm}^{-1}\text{)}$	0.937	0.707	0.478

Pour un faisceau composé de photons de diverses énergies, chaque type de photons obéit à sa propre loi d'atténuation. Si le faisceau est constitué de  $I_1$  photons d'énergie  $h\nu_1$  et  $I_2$  photons d'énergie  $h\nu_2$  alors le nombre total de photons émergeant après la traversée d'une épaisseur  $x$  d'un milieu est donné par :

$$I(x) = I_1 e^{-\mu_1 x} + I_2 e^{-\mu_2 x} \quad (4.102)$$

Pour un faisceau composé initialement de  $I_0$  photons de même énergie traversant plusieurs milieux de coefficients d'atténuation différents :  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_m$  et d'épaisseurs  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$ , le nombre de photons émergeants sera :

$$I(x) = I_0 e^{-\sum_{i=1}^m \mu_i x_i} \quad (4.103)$$

**Exemple 4.9**

Un faisceau de photons d'intensité  $I_0$  traverse un milieu d'épaisseur,  $x$ , composé de trois matériaux (figure 4.18): l'aluminium (Al) d'épaisseur  $x_{Al} = 1\text{ cm}$  et de couche de demi-atténuation  $(x_{1/2})_{Al} = 3.808\text{ cm}$ , le plomb (Pb) d'épaisseur  $x_{Pb} = 0.5\text{ cm}$  et de couche de demi-atténuation  $(x_{1/2})_{Pb} = 7.4\text{ mm}$  et le cuivre (Cu) d'épaisseur  $x_{Cu}$  et de coefficient d'atténuation linéaire  $\mu_{Cu} = 0.578\text{ cm}^{-1}$ .

- Quelle doit être l'épaisseur,  $x$ , du milieu pour qu'il arrête 99% du faisceau incident ?

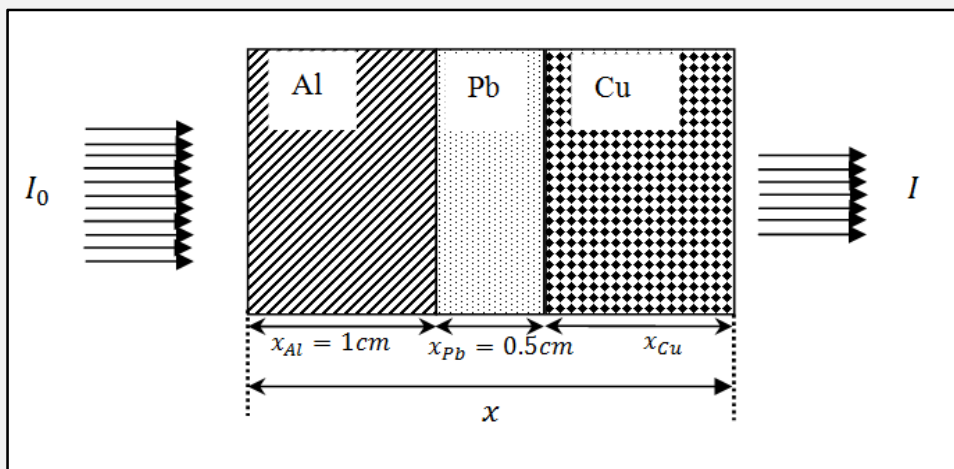


Figure 4.18. Atténuation d'un faisceau de photons.

**Solution**

Calculons les coefficients d'atténuation linéaire pour Al et Pb à partir de la connaissance de la couche de demi-atténuation. De (4.101), nous avons :

$$\mu_{Al} = \frac{\ln 2}{(x_{1/2})_{Al}} = \frac{\ln 2}{3.808} = 0.182\text{ cm}^{-1} \quad (4.104)$$

$$\mu_{Pb} = \frac{\ln 2}{(x_{1/2})_{Pb}} = \frac{\ln 2}{0.74} = 0.937\text{ cm}^{-1} \quad (4.105)$$

Appliquons la relation (4.103) pour calculer la valeur de  $x_{Cu}$  :

$$I(x) = I_0 e^{-(\mu_{Al} x_{Al} + \mu_{Pb} x_{Pb} + \mu_{Cu} x_{Cu})} \quad (4.106)$$

Si le milieu arrête 99% du faisceau incident, alors 1% du faisceau sera transmis. Donc  $I = 0.01 I_0$ . De (4.104), (4.105) et (4.106) nous avons :

$$0.01 I_0 = I_0 e^{-(0.182 \times 1 + 0.937 \times 0.5 + 0.578 \times x_{Cu})} \quad (4.107)$$

En tirant  $x_{Cu}$  nous trouvons la valeur  $x_{Cu} = 6.841$ . L'épaisseur du milieu est donc :

$$x = x_{Al} + x_{Pb} + x_{Cu} = 1 + 0.5 + 6.841 = 8.341 \text{ cm} \quad (4.108)$$

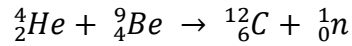
**Chapitre 5**

---

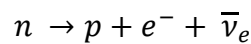
***Interaction des neutrons avec la matière***

## 5.1. Introduction

Le neutron est une particule subatomique électriquement neutre. Il a été observé expérimentalement par Chadwick en 1932 suite au bombardement du béryllium par les particules  $\alpha$  :



Sa masse au repos est  $939.5654 \text{ MeV}/c^2$ . Il n'est pas une particule élémentaire étant composé de trois quarks, un quark up et deux quarks down. Les neutrons constituent avec les protons, par interaction forte, les noyaux atomiques. Le nombre de neutrons dans un noyau détermine l'isotope d'un élément chimique. Ils sont, généralement, stables à l'intérieur des noyaux. À l'état libre, le neutron est instable et se désintègre en un peu moins de 15 minutes en un proton, un électron et un antineutrino électronique :



Les principales sources de neutrons sont les réactions nucléaires de fission qui se produisent au cœur des réacteurs nucléaires et les réactions  $(p, n)$ ,  $(d, n)$  et  $(t, n)$  réalisées dans les accélérateurs. Etant sans charge électrique, les neutrons ne sont pas sujets aux interactions coulombiennes avec les électrons et les noyaux des milieux. De ce fait, le parcours des neutrons dans la matière est beaucoup plus long que celui des particules chargées. Ils peuvent donc traverser des épaisseurs importantes dans le milieu sans interagir.

L'interaction la plus importante pour les neutrons est celle faite avec les noyaux du milieu absorbeur. Dépendamment de l'énergie du neutron, le résultat de l'interaction peut conduire à un changement de l'énergie et la direction du neutron ou à son absorption et l'apparition d'autres rayonnements. Parmi les processus d'interaction des neutrons avec la matière citons :

- 1) La diffusion élastique sur le noyau :  ${}^A_Z\text{X} (n, n) {}^A_Z\text{X}$ . C'est le principal mécanisme de perte d'énergie pour les neutrons avec des énergies dans la région des MeV.
- 2) La diffusion inélastique :  ${}^A_Z\text{X} (n, n) {}^A_Z\text{X}^*$ . Dans ce cas, le noyau se trouve dans un état excité et revient à l'état fondamental en émettant un rayonnement gamma.
- 3) La capture radiative :  $n + {}^A_Z\text{X} \rightarrow {}^{A+1}_Z\text{X} + \gamma$ . Il y a absorption du neutron puis émission de rayonnements gamma du noyau composé.

- 4) La capture non radiative  $(n, p)$ ,  $(n, d)$ ,  $(n, \alpha)$ , ...etc. L'absorption du neutron est suivie par l'émission de particules chargées.
- 5) La fission : Après la capture du neutron, le noyau se scinde en deux fragments et libère quelques neutrons.

Les neutrons sont classés suivant leur énergie cinétique  $T_n$  en différentes catégories. On parle de neutrons de haute énergie pour ceux avec une énergie supérieure à 100 MeV. Pour des énergies entre quelques dizaines de MeV et quelques centaines de keV, les neutrons sont dits rapides. Entre  $\sim 100$  keV et  $\sim 0.1$  eV, les neutrons sont appelés épithermiques. On parle de neutrons thermiques ou lents lorsque leur énergie cinétique est comparable à l'énergie de l'agitation thermique à température ambiante soit  $KT = 0.025$  eV. La vitesse d'un neutron thermique est de  $2.2$  km/s. Pour des énergies plus basses de l'ordre de milli ou micro-électronvolt les neutrons sont dits froids.

## 5.2. Différents types d'interactions

### 5.2.1. Diffusion élastique

Dans cette interaction, le neutron cède une partie de son énergie au noyau du milieu qui recule tandis que lui sa trajectoire est déviée. Dans ce processus qui constitue le principal mécanisme de la perte d'énergie des neutrons rapides, la structure interne du noyau reste inchangée. Jusqu'à des énergies de quelques dizaines de MeV, le problème de la diffusion peut être traité classiquement en utilisant la conservation de l'énergie cinétique et de l'impulsion du système neutron-noyau.

Considérons une collision entre un neutron de masse au repos  $m_n$  animé initialement d'une vitesse  $\vec{V}_n$  et un noyau de masse  $M_N$  supposé immobile (figure 5.1). Désignons par  $\vec{V}'_n$  et  $\vec{V}'_N$  les vitesses du neutron et du noyau après la collision, respectivement. Les angles  $\theta$  et  $\varphi$  représentent les angles de diffusion du neutron et de recul du noyau par rapport à la direction d'incidence du neutron. Calculons l'énergie transmise  $T_{tr}$  par le neutron au noyau en fonction de l'énergie cinétique initiale du neutron  $T_n$ .



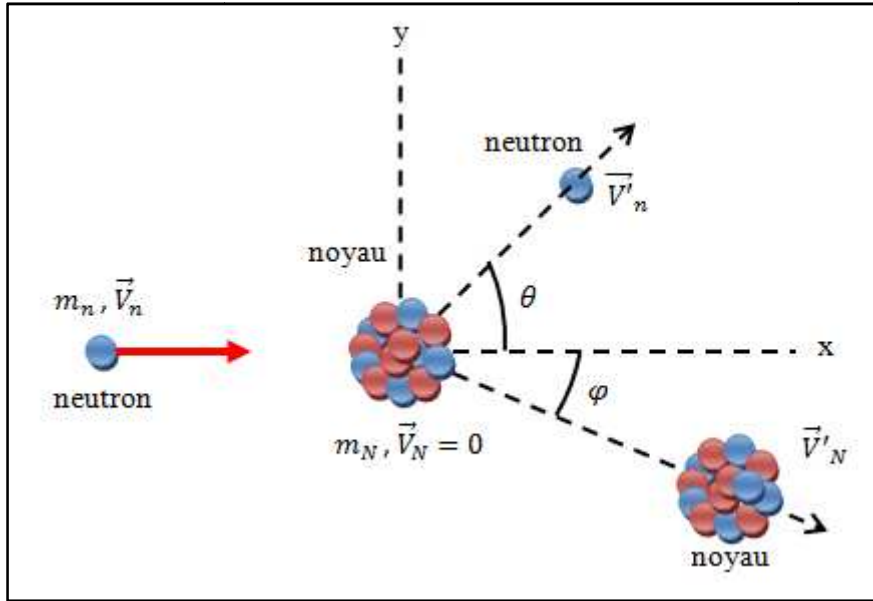


Figure 5.1. Schéma de la diffusion élastique d'un neutron.

Les lois de conservation de l'énergie cinétique totale du système et de l'impulsion donnent :

$$\frac{1}{2}m_n V_n^2 = \frac{1}{2}m_n V_n'^2 + \frac{1}{2}M_N V_N'^2 \quad (5.1)$$

$$\vec{p}_n = \vec{p}'_n + \vec{p}'_N \quad (5.2)$$

où  $\vec{p}_n$ ,  $\vec{p}'_n$  sont les impulsions du neutron avant et après la diffusion tandis que  $\vec{p}'_N$  est l'impulsion du noyau après la diffusion. Par projection de (5.2) sur les axes  $Ox$  et  $Oy$  nous obtenons :

$$m_n V_n = m_n V_n' \cos\theta + M_N V_N' \cos\varphi \quad (5.3)$$

$$0 = m_n V_n' \sin\theta - M_N V_N' \sin\varphi \quad (5.4)$$

Mettons (5.3) et (5.4) sous la forme :

$$m_n V_n' \cos\theta = m_n V_n - M_N V_N' \cos\varphi \quad (5.5)$$

$$m_n V_n' \sin\theta = M_N V_N' \sin\varphi \quad (5.6)$$

Elevons au carré les deux équations et additionnons membre à membre :

$$(m_n V_n' \cos\theta)^2 + (m_n V_n' \sin\theta)^2 = (m_n V_n - M_N V_N' \cos\varphi)^2 + (M_N V_N' \sin\varphi)^2 \quad (5.7)$$

Après développement nous obtenons :

$$(m_n V'_n)^2 = (m_n V_n)^2 + (M_N V'_N)^2 - 2 m_n M_N V_n V'_N \cos\varphi \quad (5.8)$$

Multiplions (5.1) par  $2m_n$  :

$$(m_n V_n)^2 = (m_n V'_n)^2 + m_n M_N V_N^2 \quad (5.9)$$

ce qui donne :

$$(m_n V'_n)^2 = (m_n V_n)^2 - m_n M_N V_N^2 \quad (5.10)$$

Faisons, maintenant, l'égalité de (5.8) et (5.10) :

$$(m_n V_n)^2 - m_n M_N V_N^2 = (m_n V_n)^2 + (M_N V'_N)^2 - 2 m_n M_N V_n V'_N \cos\varphi \quad (5.11)$$

ce qui se réduit à l'expression :

$$m_n M_N V_N^2 - 2 m_n M_N V_n V'_N \cos\varphi + (M_N V'_N)^2 = 0 \quad (5.12)$$

La division par  $M_N V'_N$  mène à la relation :

$$m_n V'_N - 2 m_n V_n \cos\varphi + M_N V'_N = 0 \quad (5.13)$$

Tirons la vitesse de recul du noyau :

$$V'_N = \frac{2 m_n V_n}{(m_n + M_N)} \cos\varphi \quad (5.14)$$

L'énergie cinétique perdue par le neutron et transférée au noyau est :

$$T_{tr} = \frac{1}{2} M_N V_N^2 = \frac{1}{2} M_N \left[ \frac{2 m_n V_n}{(m_n + M_N)} \cos\varphi \right]^2 \quad (5.15)$$

soit encore en fonction de l'énergie cinétique initiale du proton :

$$T_{tr} = \left(\frac{1}{2} m_n V_n^2\right) \left[\frac{4 m_n M_N}{(m_n + M_N)^2}\right] \cos^2 \varphi = \frac{4 m_n M_N}{(m_n + M_N)^2} T_n \cos^2 \varphi \quad (5.16)$$

En posant  $A = \frac{M_N}{m_n}$  nous transformons l'expression obtenue à la forme :

$$T_{tr} = \frac{4 A}{(1+A)^2} T_n \cos^2 \varphi \quad (5.17)$$

L'énergie transférée au noyau pendant la diffusion du neutron prend une valeur maximale pour  $\cos \varphi = 1$  :

$$(T_{tr})_{max} = \frac{4 A}{(1+A)^2} T_n \quad (5.18)$$

Contrairement aux particules chargées, les neutrons (compte tenu de leur charge nulle) ne peuvent pas être accélérés mais peuvent être ralentis par chocs successifs élastiques et inélastiques sur les noyaux jusqu'à atteindre l'équilibre thermique avec les atomes du milieu. Ce processus de ralentissement est appelé modération et les noyaux « ralentisseurs » constituent le modérateur. Il est clair de (5.18) que plus la masse du noyau cible augmente plus la fraction maximale de l'énergie transmise diminue.

Si  $M_N \gg m_n$ , alors de la relation (5.18),  $(T_{tr})_{max} \rightarrow 0$ , ce qui signifie que pour les éléments lourds le ralentissement est très faible. La différence des masses favorise le rebondissement du neutron sur le noyau lourd, plutôt que son ralentissement.

Si  $M_N = m_n$ , alors  $A = 1$  et la relation (5.18) donne  $(T_{tr})_{max} = T_n$ . Le ralentissement est d'autant plus efficace que le noyau du modérateur a une masse proche de celle du neutron tels les noyaux d'hydrogène et de deutérium. L'hydrogène est le ralentisseur le plus rapide. Le tableau 5.1 donne la fraction d'énergie maximale transmise par le neutron au noyau.

Tableau 5.1 Fraction d'énergie maximale transmise au noyau.

Noyau	A	$(T_{tr})_{max}/T_n$
${}^1_1H$	1	1
${}^2_1H$	2	0.889
${}^3_2He$	3	0.750
${}^4_2He$	4	0.640
${}^{12}_6C$	12	0.284
${}^{16}_8O$	16	0.221
${}^{207}_{82}Pb$	207	0.02

Un paramètre important pour un modérateur est le nombre moyen de chocs nécessaires pour que l'énergie cinétique du neutron décroît de  $T_1$  à  $T_2$ . Une relation pour estimer ce nombre est donnée par :

$$n_c = \frac{1}{\xi} \ln \left( \frac{T_1}{T_2} \right) \quad (5.19)$$

où  $\xi$  est appelé paramètre de ralentissement. Il dépend du nombre de masse du modérateur selon la relation :

$$\xi = 1 - \frac{(A-1)^2}{2A} \ln \left( \frac{A+1}{A-1} \right) \quad (5.20)$$

Les neutrons issus de la fission ont une énergie d'environ  $2 \text{ MeV}$ . Pour amener un neutron de cette énergie à l'énergie thermique  $T_2 = 0.025 \text{ eV}$ , il faut en moyenne un nombre de chocs égal à :

$$n_c = \frac{1}{\xi} \ln \left( \frac{2 \times 10^6}{0.025} \right) = \frac{18.2}{\xi} \quad (5.21)$$

Le tableau suivant donne les valeurs de  $\xi$  et le nombre moyen de chocs calculé de (5.21) pour différents matériaux.

Tableau 5.2. Nombre moyen de chocs pour amener des neutrons d'énergie 2 MeV à la thermalisation.

Noyau	$\xi$	Nombre de chocs
${}^1_1H$	1	18
${}^2_1H$	0.725	25
${}^9_4Be$	0.209	86
${}^{12}_6C$	0.158	115
${}^{16}_8O$	0.120	152
${}^{207}_{82}Pb$	0.0096	1890
${}^{238}_{92}U$	0.0084	2172

**Exemple 5.1**

Supposons qu'à chaque collision, le neutron transmet au proton la moitié de son énergie. Quel est le nombre moyen de collisions nécessaires pour réduire l'énergie d'un neutron de fission de 2 MeV à l'énergie thermique 0.025 MeV ?

**Solution**

Soit  $T_0$  l'énergie cinétique initiale du neutron et  $T_1$  son énergie après le premier choc. Alors nous avons :

$$T_1 = \frac{1}{2} T_0 \quad (5.22)$$

L'énergie cinétique du neutron à l'issue du deuxième choc est :

$$T_2 = \frac{1}{2} T_1 \quad (5.23)$$

soit en tenant compte de (5.22) :

$$T_2 = \frac{T_0}{2^2} \quad (5.24)$$

Après  $n_c$  choc, l'énergie cinétique du neutron  $T_{n_c}$  est donnée par :

$$T_{n_c} = \frac{T_0}{2^{n_c}} \quad (5.25)$$

Tirons l'expression de  $n_c$  :

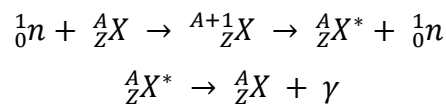
$$n_c = \frac{\ln\left(\frac{T_0}{T_{n_c}}\right)}{\ln(2)} \quad (5.26)$$

avec  $T_0 = 2 \text{ MeV} = 2 \times 10^6 \text{ eV}$  et  $T_{n_c} = 0.025 \text{ eV}$ , nous obtenons le nombre moyen de chocs pour la thermalisation d'un neutron de 2 MeV :

$$n_c = \frac{\ln\left(\frac{T_0}{T_{n_c}}\right)}{\ln(2)} = \frac{\ln\left(\frac{2 \times 10^6}{0.025}\right)}{\ln(2)} \approx 27 \quad (5.27)$$

### 5.2.2. Diffusion inélastique

Dans ce processus, le neutron incident pénètre dans le noyau cible formant ainsi un noyau intermédiaire appelé noyau composé. Ce noyau ne tarde pas à émettre un neutron moins énergétique que celui de départ et un ou plusieurs photons gamma pour se désexciter et revenir à l'état fondamental (figure 5.2) :



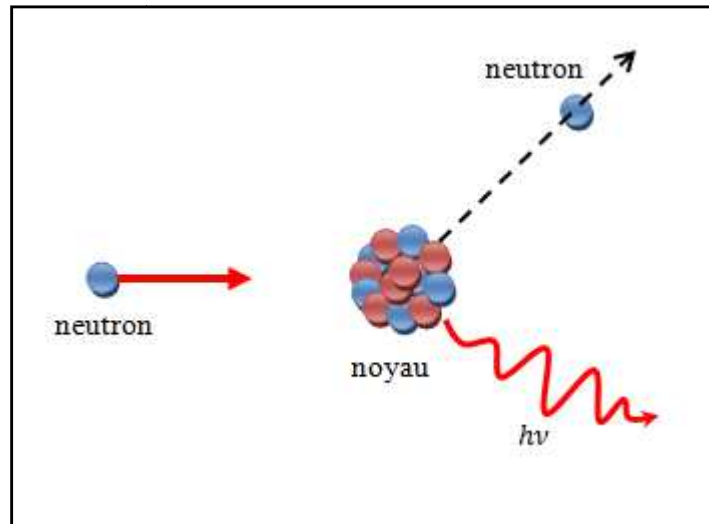


Figure 5.2. Schéma de diffusion inélastique.

La diffusion inélastique est une réaction à seuil car le neutron, dans ce type d'interaction, doit apporter une énergie au moins égale à l'énergie du premier niveau excité du noyau cible. En général, l'énergie du premier état excité diminue avec l'augmentation du nombre de masse. Il passe de quelques MeV pour les noyaux légers à des fractions du MeV pour les noyaux lourds (voir figure 5.3). Il faut noter que pour le noyau d'hydrogène qui n'a pas de niveaux excités, la diffusion ne peut être qu'élastique. Pour les noyaux lourds, la diffusion inélastique constitue un mécanisme très important pour le ralentissement des neutrons rapides. La section efficace de diffusion inélastique croît généralement avec l'énergie du neutron incident et avec la masse du noyau cible.

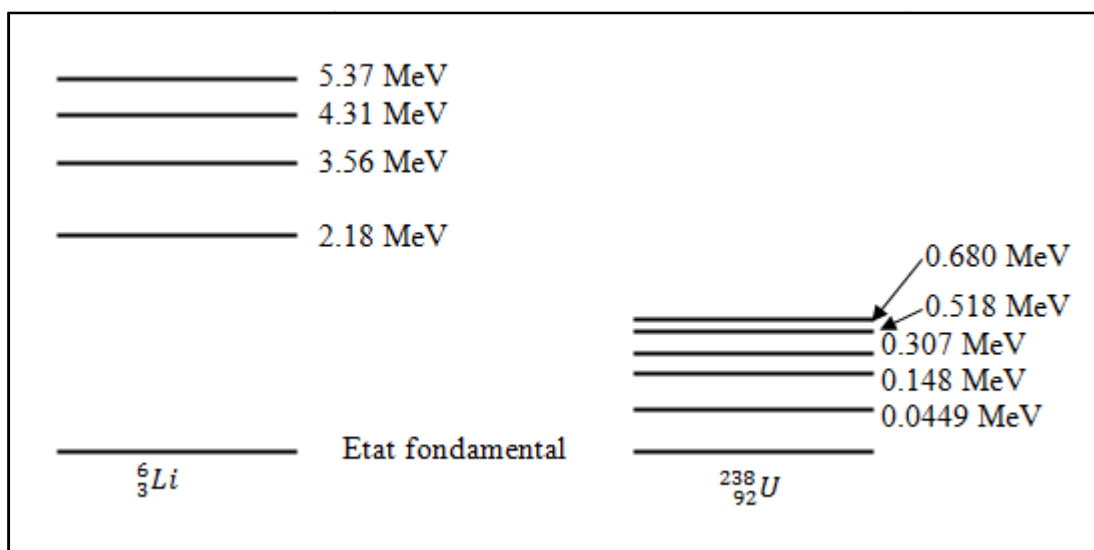
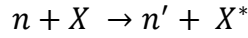


Figure 5.3. Diagrammes des premiers états excités dans les noyaux  ${}^6_3\text{Li}$  et  ${}^{238}_{92}\text{U}$ .

Pour calculer l'énergie seuil dans la diffusion inélastique, on se base sur la conservation de l'énergie totale du système et de la quantité de mouvement. Examinons la réaction suivante :



Désignons par  $T_n$  l'énergie cinétique du neutron incident et par  $T'_n$  et  $T'_N$  les énergies cinétiques du neutron et du noyau après diffusion dans le référentiel du laboratoire (L).  $E_{ex}$  représente l'énergie d'excitation du noyau résiduel. La loi de conservation de l'énergie totale donne :

$$T_n + m_n C^2 + M_N C^2 = T'_n + m_n C^2 + T'_N + M_N C^2 + E_{ex} \quad (5.28)$$

$$T_n = T'_n + T'_N + E_{ex} \quad (5.29)$$

Si pour trouver l'énergie seuil du neutron on considère que le noyau résiduel et le neutron émis se trouvent au repos ( $T'_n + T'_N = 0$ ), alors dans ce cas l'impulsion du système ne sera pas conservée. En effet, on aura après le choc une impulsion totale nulle alors qu'avant le choc le neutron incident a une impulsion non nulle.

Examinons de près le processus de diffusion dans le référentiel du centre de masse (CM). Nous avons de la figure (5.4) les vecteurs position du neutron et du noyau dans (CM) en fonction des vecteurs position dans (L) :

$$\begin{cases} \vec{r}_{nc} = \vec{r}_n - \vec{r}_c \\ \vec{r}_{Nc} = \vec{r}_N - \vec{r}_c \end{cases} \quad (5.30)$$

où  $\vec{r}_n$ ,  $\vec{r}_N$  et  $\vec{r}_c$  sont, respectivement, les vecteurs position du neutron, du noyau et de leur centre de masse dans (L) et  $\vec{r}_{nc}$  et  $\vec{r}_{Nc}$  sont les vecteurs position du neutron et du noyau dans (CM). Les vitesses sont obtenues dans (CM) par dérivation par rapport au temps :

$$\begin{cases} \vec{V}_{nc} = \vec{V}_n - \vec{V}_c \\ \vec{V}_{Nc} = \vec{V}_N - \vec{V}_c \end{cases} \quad (5.31)$$

Par définition, le vecteur position du centre de masse dans le référentiel du laboratoire (L) est donné par :



$$\vec{r}_c = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i} = \frac{m_n \vec{r}_n + M_N \vec{r}_N}{m_n + M_N} \quad (5.32)$$

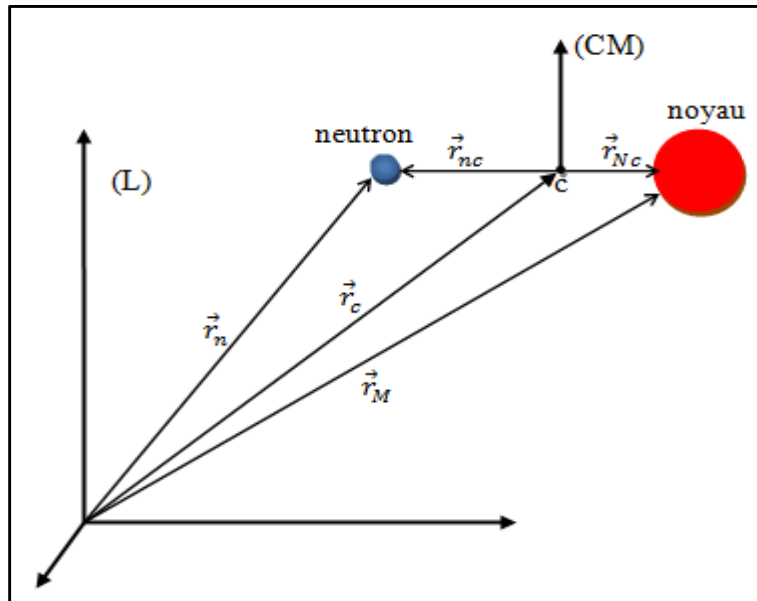


Figure 5.4. Vecteurs position dans les référentiels du laboratoire et du centre de masse.

Ce qui donne pour la vitesse du centre de masse dans (L) :

$$\vec{V}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{m_n \vec{v}_n + M_N \vec{v}_N}{m_n + M_N} \quad (5.33)$$

Puisque le noyau est au repos dans (L) alors  $\vec{v}_N = 0$  et par conséquent :

$$\vec{V}_c = \frac{m_n \vec{v}_n}{m_n + M_N} \quad (5.34)$$

De (5.31) et (5.34), les vitesses du neutron et du noyau avant la diffusion dans (CM) ont pour expression :

$$\vec{V}_{nc} = \vec{v}_n - \frac{m_n \vec{v}_n}{m_n + M_N} = \left(1 - \frac{m_n}{m_n + M_N}\right) \vec{v}_n = \frac{M_N}{m_n + M_N} \vec{v}_n \quad (5.35)$$

$$\vec{V}_{Nc} = \vec{v}_N - \vec{V}_c = -\vec{V}_c = -\frac{m_n \vec{v}_n}{m_n + M_N} \quad (5.36)$$

Les vitesses du neutron et du noyau avant la diffusion dans (CM) ont pour expression :

$$\vec{V}_{nc} = \frac{M_N}{m_n + M_N} \vec{V}_n \quad (5.30)$$

$$\vec{V}_{Nc} = -\frac{m_n}{m_n + M_N} \vec{V}_n \quad (5.31)$$

Maintenant la loi de conservation de l'énergie totale du système dans (CM) donne :

$$T_n^* + m_n C^2 + T_N^* + M_N C^2 = T_n^{r*} + m_n C^2 + T_N^{r*} + M_N C^2 + E_{ex} \quad (5.37)$$

où  $T_n^*$ ,  $T_N^*$  sont les énergies cinétiques du neutron et du noyau dans (CM) avant la diffusion et  $T_n^{r*}$  et  $T_N^{r*}$  sont les mêmes grandeurs après la diffusion. L'équation (5.37) se réduit à :

$$T_n^* + T_N^* = T_n^{r*} + T_N^{r*} + E_{ex} \quad (5.38)$$

D'autre part, nous avons :

$$T_n^* + T_N^* = \frac{1}{2} m_n V_{nc}^2 + \frac{1}{2} M_N V_{Nc}^2 \quad (5.39)$$

L'utilisation de (5.35) et (5.36) mène à l'expression :

$$T_n^* + T_N^* = \frac{1}{2} m_n \left( \frac{M_N}{m_n + M_N} \vec{V}_n \right)^2 + \frac{1}{2} M_N \left( -\frac{m_n}{m_n + M_N} \vec{V}_n \right)^2 \quad (5.40)$$

En développant le calcul nous aboutissons à :

$$T_n^* + T_N^* = \left( \frac{1}{2} m_n v_n^2 \right) \frac{M_N}{(m_n + M_N)} = T_n \left[ \frac{M_N}{(m_n + M_N)} \right] \quad (5.41)$$

En tenant compte de la relation (5.38) on peut écrire :

$$T_n^* + T_N^* = T_n \left[ \frac{M_N}{(m_n + M_N)} \right] = T_n^{r*} + T_N^{r*} + E_{ex} \quad (5.42)$$

L'énergie cinétique minimale dans (CM) est obtenue en posant  $T_n^{r*} + T_N^{r*} = 0$ . Ce qui a pour conséquence que la quantité de mouvement du système est nulle après le choc, ce qui n'est pas en contradiction avec le principe de conservation de l'impulsion car par définition même du

système de centre de masse, la quantité de mouvement du système avant et après le choc est nulle. De la relation (5.42) nous aurons dans ce cas :

$$(T_n^* + T_N^*)_{min} = \left[ \frac{M_N}{(m_n + M_N)} \right] (T_n)_{min} = E_{ex} \quad (5.43)$$

d'où :

$$(T_n)_{min} = \frac{m_n + M_N}{M_N} E_{ex} = \frac{\left(1 + \frac{M_N}{m_n}\right)}{\frac{M_N}{m_n}} E_{ex} \quad (5.44)$$

soit finalement :

$$(T_n)_{min} = \frac{1+A}{A} E_{ex} \quad (5.45)$$

C'est l'énergie cinétique seuil que doit avoir un neutron pour produire la diffusion inélastique.  $E_{ex}$  représente l'énergie du premier niveau excité du noyau. Le tableau suivant donne l'énergie seuil de la diffusion inélastique pour différents éléments.

Tableau 5.3. Energie seuil du neutron pour produire la diffusion inélastique.

Noyau	Seuil de diffusion inélastique (MeV)
$^{12}_6C$	4.4
$^{16}_8O$	6.1
$^{28}_{14}Si$	1.3
$^{56}_{26}Fe$	0.85
$^{91}_{40}Zr$	0.9
$^{235}_{92}U$	0.01
$^{238}_{92}U$	0.04

### 5.2.3. Capture radiative

En plus des diffusions élastique et inélastique, un neutron interagissant avec un noyau peut donner lieu à des réactions de capture. La capture radiative est une réaction dans laquelle le neutron incident est absorbé et un rayonnement gamma est émis. Après l'absorption du neutron un noyau composé est formé. Le noyau composé se trouve dans un état excité d'énergie qui est la somme de l'énergie cinétique du neutron incident et son énergie de liaison à l'intérieur de ce noyau (figure 5.5). Pour des neutrons à basse énergie, l'énergie de l'état excité est de 5 à 10 MeV.

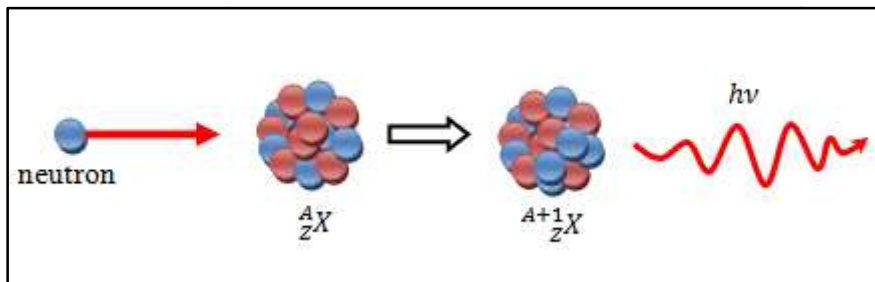


Figure 5.5. Schéma de la capture radiative.

La désexcitation vers l'état fondamental se fait par émission d'un seul photon très énergétique ou par émission de plusieurs photons dans le cas de passage par des niveaux d'excitation intermédiaires (figure 5.6) :

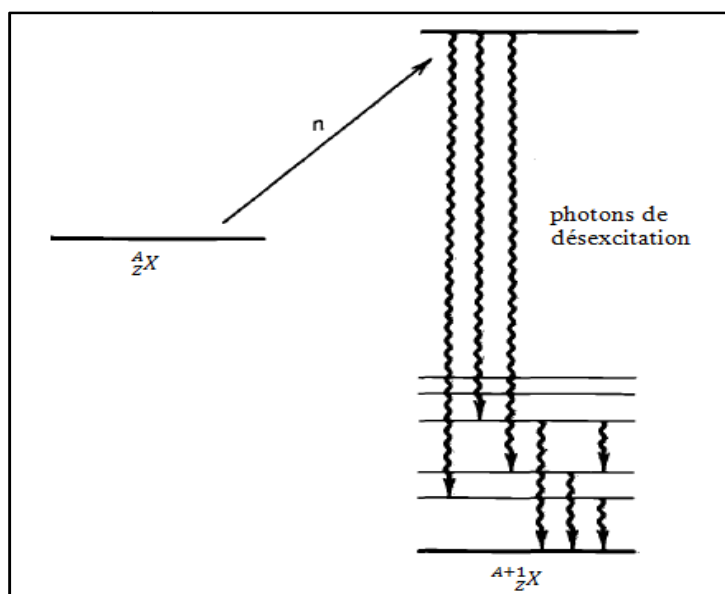
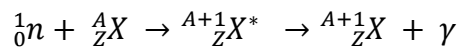


Figure 5.6. Schéma de désexcitation du noyau composé dans la capture radiative.

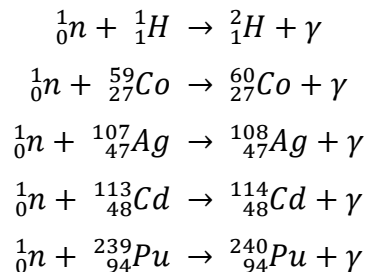
Après la désexcitation, le noyau résiduel constitue un isotope du noyau initial. Cet isotope peut être dans certains cas instable ou même se scinder en plusieurs fragments s'il est volumineux.

Pour la section efficace de capture, elle devient, généralement, plus grande lorsque la vitesse du neutron décroît. Ce comportement de la probabilité de capture peut être expliqué par le fait qu'un neutron lent a davantage le temps qu'un neutron rapide de ressentir l'attraction nucléaire du noyau. Si l'on connaît la section efficace  $\sigma_1$  des neutrons de vitesse  $V_1$  (et d'énergie  $T_1$ ), alors on peut estimer la section efficace  $\sigma_2$  à une vitesse  $V_2$  (et une énergie  $T_2$ ) à partir des relations suivantes :

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \quad (5.46)$$

Ces relations peuvent être utilisées pour des énergies de neutron allant jusqu'à 100 eV ou 1 keV dépendamment du noyau absorbeur.

Citons quelques réactions de capture radiative :



### **Exemple 5.2**

La section efficace de la réaction de capture  ${}^1_1H(n, \gamma){}^2_1H$  pour des neutrons thermiques est 0.33 barn. Quelle est sa valeur pour des neutrons d'énergie 10 eV ?

### **Solution**

De la relation (5.46), nous avons :

$$\sigma_2 = \sigma_1 \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \quad (5.47)$$

avec  $T_1 = 0.025 \text{ eV}$ ,  $\sigma_1 = 0.33$  et  $T_2 = 10 \text{ eV}$ , nous obtenons de (5.47)

$$\sigma_2 = \sigma_1 \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = 0.33 \sqrt{\frac{0.025}{10}} = 0.0165 \text{ barn} \quad (5.48)$$

#### 5.2.4. Réactions de capture type $(n, p)$ et $(n, \alpha)$

Ce sont des réactions de transmutation qui se produisent lorsqu'un noyau absorbe un neutron formant ainsi un noyau composé qui se désexcite par la suite en émettant une particule chargée. Ces réactions se produisent facilement avec les noyaux légers. Elles sont, généralement, initiées par des neutrons d'énergies élevées car elles sont le plus souvent des réactions endoénergétiques (ou endothermiques) et la particule chargée émise doit avoir suffisamment d'énergie pour vaincre la barrière coulombienne du noyau. C'est le cas, par exemple, des réactions  ${}_{13}^{27}\text{Al}(n, \alpha){}_{11}^{24}\text{Na}$  et  ${}_{8}^{16}\text{O}(n, p){}_{7}^{16}\text{N}$ . Quelques réactions comme  ${}_{5}^{10}\text{B}(n, \alpha){}_{3}^{7}\text{Li}$ ,  ${}_{3}^{6}\text{Li}(n, \alpha){}_{1}^{3}\text{H}$ ,  ${}_{2}^{3}\text{He}(n, p){}_{1}^{3}\text{H}$  et  ${}_{7}^{14}\text{N}(n, p){}_{6}^{14}\text{C}$  sont exoénergétiques (ou exothermiques) et peuvent être provoquées par des neutrons thermiques.

Examinons, maintenant, l'énergétique d'une réaction nucléaire  $a + X \rightarrow b + Y$  afin de trouver l'énergie seuil d'un neutron pour produire une réaction endoénergétique. Comme il est montré sur figure 5.7, une particule (a) entre en collision avec une particule (X) pour produire une particule (b) et une particule (Y).

Les lois de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement permettent d'écrire :

$$T_a + m_a C^2 + T_X + m_X C^2 = T_b + m_b C^2 + T_Y + m_Y C^2 \quad (5.49)$$

$$\vec{p}_a + \vec{p}_X = \vec{p}_b + \vec{p}_Y \quad (5.50)$$

où les  $m_i$  sont les masses au repos des particules, les  $\vec{p}_i$  sont leurs impulsions et les  $T_i$  sont leurs énergies cinétiques que nous pouvons les remplacer approximativement par  $\vec{p}_i^2 / (2m_i)$  à basses énergies.

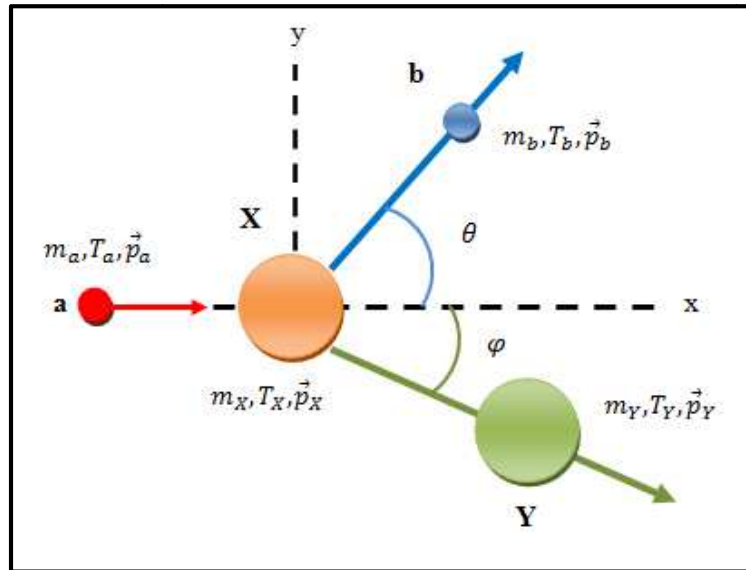


Figure 5.7. Représentation schématique d'une collision produisant une réaction nucléaire.

Réécrivons (5.49) sous la forme :

$$[(m_a + m_X) - (m_b + m_Y)] C^2 = T_b + T_Y - (T_a + T_X) \quad (5.51)$$

Posons :

$$Q = [(m_a + m_X) - (m_b + m_Y)] C^2 \quad (5.52)$$

de sorte que :

$$Q = (T_b + T_Y) - (T_a + T_X) \quad (5.53)$$

Analysons la réaction dans le référentiel du laboratoire où le noyau cible (X) est immobile.

Dans ce cas  $\vec{p}_X = 0$  et  $T_X = 0$ . De (5.53) nous avons :

$$Q = T_b + T_Y - T_a \quad (5.54)$$

La projection de (5.50) sur les axes  $Ox$  et  $Oy$  donne :

$$p_a = p_b \cos\theta + p_Y \cos\varphi \quad (5.55)$$

$$0 = p_b \sin\theta - p_Y \sin\varphi \quad (5.56)$$

Transformons (5.55) et (5.56) à la forme :

$$(p_a - p_b \cos\theta)^2 = (p_Y \cos\varphi)^2 \quad (5.57)$$

$$(p_b \sin\theta)^2 = (p_Y \sin\varphi)^2 \quad (5.58)$$

L'addition de ces deux équations membre à membre et le développement donne :

$$p_a^2 + p_b^2 - 2p_a p_b \cos\theta = P_Y^2 \quad (5.59)$$

Utilisons maintenant la relation  $p_i^2 = 2m_i T_i$  :

$$2m_a T_a + 2m_b T_b - 2\sqrt{2m_a T_a} \sqrt{2m_b T_b} \cos\theta = 2m_Y T_Y \quad (5.60)$$

À l'aide de (5.54) éliminons  $T_Y$  de (5.60) :

$$2m_a T_a + 2m_b T_b - 2\sqrt{2m_a T_a} \sqrt{2m_b T_b} \cos\theta = 2m_Y (Q - T_b + T_a) \quad (5.61)$$

Par réarrangement de cette équation on aboutit à l'expression :

$$(m_b + m_Y) T_b - 2\sqrt{m_a m_b T_a} \cos\theta \sqrt{T_b} + m_a T_a - m_Y Q - m_Y T_a = 0 \quad (5.62)$$

C'est une équation en  $T_b$  dont les solutions sont :

$$\sqrt{T_b} = \frac{\sqrt{m_a m_b T_a} \cos\theta \mp \sqrt{m_a m_b T_a \cos^2\theta - (m_b + m_Y)(m_a T_a - m_Y Q - m_Y T_a)}}{(m_b + m_Y)} \quad (5.63)$$

pour que la solution existe, il faut que le discriminant soit non négatif :

$$m_a m_b T_a \cos^2\theta - (m_b + m_Y)(m_a T_a - m_Y Q - m_Y T_a) \geq 0 \quad (5.64)$$

d'où on peut tirer la condition sur l'énergie cinétique de la particule (a) :

$$T_a \geq \frac{-Q m_Y (m_b + m_Y)}{m_a m_b \cos^2\theta + (m_b + m_Y)(m_Y - m_a)} \quad (5.65)$$



Pour les réactions endothermiques ( $Q < 0$ ), il y a une énergie minimale de  $T_a$  au dessous de laquelle la réaction ne peut pas se produire. Cette valeur appelée l'énergie seuil est déduite de (5.65) en posant  $\theta = 0$ . Elle correspond à l'émergence des particules (b) et (Y) (lorsque  $\theta$  est nul,  $\varphi$  est aussi nul) dans le même sens que la particule incidente (a). L'expression de l'énergie seuil est donc :

$$T_{seuil} = \frac{-Q(m_b + m_Y)}{(m_Y + m_b - m_a)} \quad (5.66)$$

Si la réaction est exothermique ( $Q > 0$ ), il n'y a aucune condition à imposer sur l'énergie de la particule (a) pour que la réaction se produise.

### **Exemple 5.3**

Calculer l'énergie seuil de la réaction  ${}_{16}^{32}\text{S}(n, p){}_{15}^{32}\text{P}$ . On donne les masses atomiques en *uma* :  $m_n = 1.008665$ ,  $m_H = 1.007825$ ,  $m_{{}_{16}^{32}\text{S}} = 31.972071$  et  $m_{{}_{15}^{32}\text{P}} = 31.973908$ .

### **Solution**

Calculons  $Q$  de la réaction  ${}_{16}^{32}\text{S} + {}_0^1n \rightarrow {}_{15}^{32}\text{P} + {}_1^1p$ . En utilisant les valeurs des masses atomiques (5.52) donne :

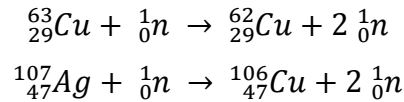
$$Q = (31.972071 + 1.008665) - (31.973908 + 1.007825) = -0.9287 \text{ MeV} \quad (5.67)$$

La réaction est endothermique. Pour que la réaction puisse avoir lieu, le neutron incident doit avoir une énergie cinétique minimale donnée par (5.66) :

$$T_{seuil} \approx \frac{-(-0.9287)(1+32)}{(32+1-1)} = 0.9577 \text{ MeV} \quad (5.68)$$

### 5.2.5. Réactions de capture type $(n, 2n)$

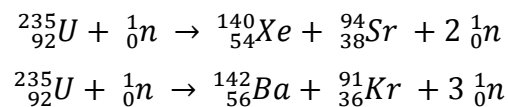
Le noyau composé formé suite à l'absorption du neutron incident, se désexcite par émission de deux neutrons. Pour se produire, ces réactions nécessitent, généralement, des seuils d'énergie des neutrons incidents de quelques MeV. Il faut fournir une énergie au moins égale à l'énergie de séparation d'un neutron. Par exemple, le seuil de la réaction  $^{12}_6\text{C}(n, 2n)^{11}_6\text{C}$  est d'environ 20 MeV. Citons quelques réactions de type  $(n, 2n)$  :



### 5.2.6. Réactions de fission

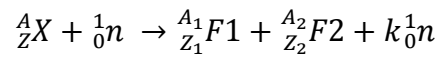
La fission est une réaction nucléaire qui se produit pour certains noyaux lourds et fragiles dits noyaux fissiles. Ces noyaux sont en très petit nombre, citons parmi eux l'uranium-233, l'uranium-235 et le plutonium-239.

Du fait de sa neutralité électrique, le neutron même à des énergies faibles constitue le projectile idéal pour pénétrer le noyau et être capturé. Le noyau formé, se brise, généralement, en deux fragments (plus rarement trois) ainsi que des neutrons de fission de grande énergie cinétique et des rayonnements gamma sont émis (figure 5.8). Le nombre moyen de neutrons libérés dépend du noyau fissionnant et de l'énergie cinétique du neutron incident. Il varie, généralement, entre deux et trois. La fission de  $^{235}_{92}\text{U}$  peut se produire suivant l'une des réactions suivantes :



La fragmentation est accompagnée de quelques neutrons qui peuvent générer d'autres fissions. La réaction de fission est exoénergétique et libère environ 200 MeV répartie entre l'énergie cinétique des fragments, des neutrons et des rayons gamma. Les neutrons de fission sont utilisés pour générer d'autres fissions dans un mécanisme de réaction en chaîne (figure 5.9). L'énergie libérée sera gigantesque puisque la fission concernera des quantités considérables de noyaux.

L'énergie libérée de la fission d'un seul noyau  ${}^A_ZX$  qui produit les fragments  ${}^{A_1}_{Z_1}F1$  et  ${}^{A_2}_{Z_2}F2$  et un nombre  $k$  de neutrons :



se calcule aisément de la relation :

$$E = [(m_X + m_n) - (m_{F1} + m_{F2} + k m_n)]C^2 \quad (5.69)$$

où les  $m_i$  sont les masses atomiques des éléments entrant dans la réaction de fission.

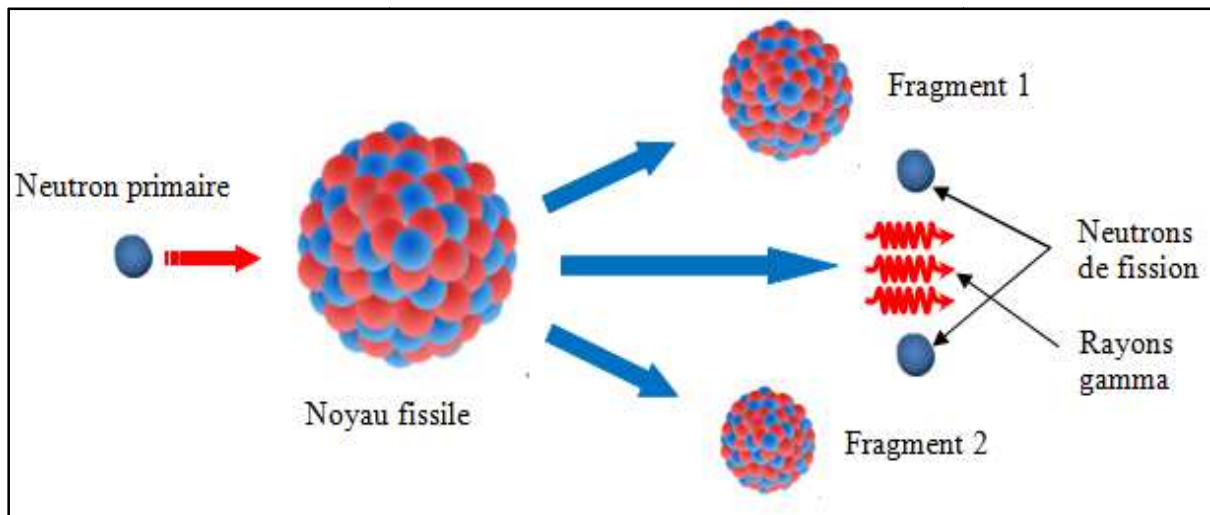


Figure 5.8. Schéma de réaction de fission.

L'uranium-235 et le plutonium-239 constituent des matériaux privilégiés pour l'obtention des réactions en chaîne auto-entretenues car ces réactions peuvent être initiées par des neutrons de très faible énergie. L'uranium-235 existe dans la nature, alors que le plutonium-239 est produit artificiellement à partir de l'uranium dans le cœur des réacteurs nucléaires.

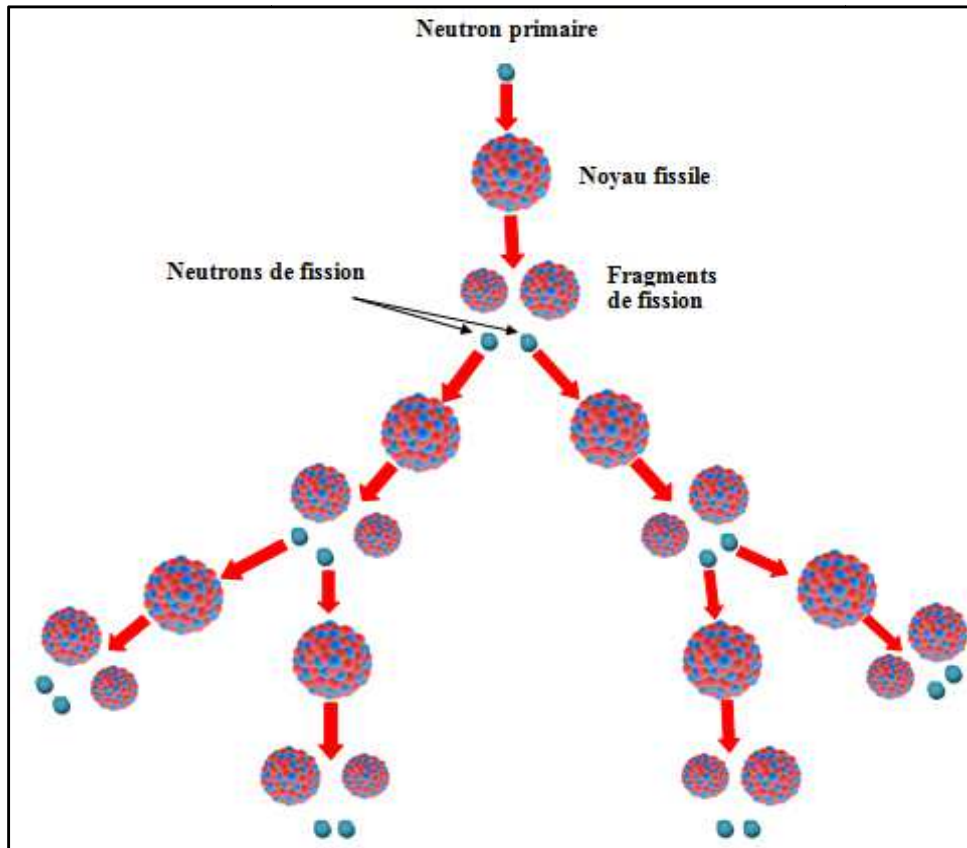


Figure 5.9. Schéma illustrant une réaction en chaîne.

### 5.3. Atténuation d'un faisceau de neutrons dans la matière

Considérons la transmission d'un faisceau de neutrons d'intensité initiale  $I_0$  à travers un milieu de densité  $N$  noyaux par  $cm^3$ . L'intensité du faisceau après la traversée d'une épaisseur  $x$  du milieu obéit à une loi similaire à celle des photons :

$$I(x) = I_0 e^{-\sigma N x} \quad (5.70)$$

avec  $\sigma$  la section efficace totale par noyau et qui est la somme des sections efficaces individuelles :

$$\sigma = \sigma_d + \sigma_{cap} + \sigma_f \quad (5.71)$$

où  $\sigma_d$  est section efficace de diffusion élastique et inélastique,  $\sigma_{cap}$  la section efficace de capture et  $\sigma_f$  la section efficace de fission. La quantité  $\Sigma = \sigma N = \sigma (\mathcal{N}_a \rho / A)$  (en  $cm^{-1}$ ) représente la section efficace macroscopique d'interaction des neutrons dans le milieu. Elle correspond au coefficient d'atténuation du milieu. Le libre parcours moyen  $\lambda = 1/\Sigma$  (en cm) représente la distance moyenne parcourue par le neutron entre deux interactions.

**Exemple 5.4**

Un faisceau de neutron traverse un milieu de masse atomique  $A = 200$  et de densité  $\rho = 10.6 \text{ g/cm}^3$ . Le milieu diffuse 0.001% du faisceau et la section efficace totale par noyau des neutrons est  $\sigma = 1.1 \text{ barn}$ . Calculer l'épaisseur du milieu.

**Solution**

Calculons le nombre de noyaux par  $\text{cm}^3$  de ce matériau. Ce nombre est donné en fonction de la densité  $\rho$  et la masse atomique  $A$  par :

$$N = \frac{N_a \rho}{A} = \frac{6.023 \times 10^{23} \times 10.6}{200} = 0.3192 \times 10^{23} \text{ Noyaux/cm}^3 \quad (5.72)$$

Le milieu transmet  $100 - 0.001 = 99.999\%$  du faisceau. Si  $I_0$  est l'intensité initiale du faisceau et  $I$  l'intensité transmise, alors :

$$I/I_0 = 0.99999 \quad (5.73)$$

De (5.70) on peut écrire :

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\sigma N x} \quad (5.74)$$

Tirons l'expression de l'épaisseur du milieu :

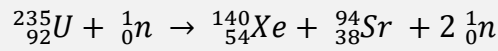
$$x = -\frac{\ln\left(\frac{I}{I_0}\right)}{\sigma N} \quad (5.75)$$

L'utilisation de (5.72) et (5.73) et le fait que  $\sigma = 1.1 \text{ barn} = 1.1 \times 10^{-24} \text{ cm}^2$  donne :

$$x = -\frac{\ln\left(\frac{I}{I_0}\right)}{\sigma N} = -\frac{\ln(0.99999)}{1.1 \times 10^{-24} \times 0.3192 \times 10^{23}} = 2.85 \times 10^{-4} \text{ cm} \quad (5.76)$$

**Exemple 5.5**

Soit la réaction de fission :



- 1- Calculer l'énergie libérée par cette réaction.
- 2- L'uranium-235 est utilisé dans un réacteur nucléaire qui fournit une puissance  $P = 100 \text{ MW}$ . Combien de temps faut-il au réacteur pour épuiser totalement 1 kg de l'uranium ?

On donne  $1u = 931.5 \text{ MeV}/c^2$  et les masses atomiques :  $m_{{}_{92}^{235}\text{U}} = 235.04393 u$ ,  $m_{{}_{54}^{140}\text{Xe}} = 139.92164 u$ ,  $m_{{}_{38}^{94}\text{Sr}} = 93.91536 u$ ,  $m_n = 1.008665 u$

**Solution**

1- L'énergie libérée de la fission d'un seul noyau est donnée par :

$$E_1 = \left[ (m_{{}_{92}^{235}\text{U}} + m_n) - (m_{{}_{54}^{140}\text{Xe}} + m_{{}_{38}^{94}\text{Sr}} + 2 m_n) \right] c^2 \quad (5.77)$$

Utilisons les masses atomiques données :

$$E_1 = [(235.04393 + 1.008665) - (139.92164 + 93.91536 + 2 \times 1.008665)] \times 931.5$$

ce qui donne l'énergie libérée :

$$E_1 = 184.68 \text{ MeV}$$

2-a) Calculons le nombre de noyaux présents dans 1 kg d'uranium-235. Puisque dans 235g il y a  $N_a = 6.023 \times 10^{23}$  noyaux, alors dans 1 kg (ou 1000 g) il y a :

$$N = \frac{N_a \times 1000}{235} = 2.5630 \times 10^{24} \text{ Noyaux}$$

Ces noyaux vont libérer au total l'énergie :

$$E = N \times E_1 = 2.5630 \times 10^{24} \times 184.68 = 473.331 \times 10^{24} \text{ MeV}$$

Le temps nécessaire à un réacteur de puissance  $P = 100 \text{ MW} = 10^8 \text{ W}$  pour épuiser 1 kg d'uranium est donné par :

$$t = \frac{E}{P} = \frac{(473.331 \times 10^{24}) \times 10^6 \times (1.602 \times 10^{-19})}{(100 \times 10^6)} \approx 7.58276 \times 10^5 \text{ s} \approx 8.78 \text{ jours}$$

## Références

- 1- G.E. Knoll, “*Radiation Detection and Measurement*”, John Wiley & Sons, Inc., 2000.
- 2- R. Smith, M. Jakas, D. Ashworth, B. Owen, M. Bowyer, I. Chakarov, R. Webb, “*Atomic and Ion Collisions in Solids and at Surfaces, Theory, Simulation and Applications*”, Ed. R. Smith, Cambridge University Press, New York, 1997.
- 3- J. Ehlers, K. Hepp, R. Kippenhahn, H.A. Weidenmüller, J. Zittartz, W. Beiglböck, “*Experimental Methods in Heavy Ion Physics*”, Ed. K. Bethge, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New-York, 1978.
- 4- K.S. Krane, “*Introductory Nuclear Physics*”, John Wiley&Sons, 1988.
- 5- M. Nastasi, J.W. Mayer, J.K. Hirvonen, “*Ion-Solid Interactions : Fundamentals and Applications*”, Cambridge University Press, New York, 1996.
- 6- W.D. Loveland, D.J. Morrissey, G.T. Seaborg, “*Modern Nuclear Chemistry*”, Published by John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2017.
- 7- C. Le Sech, C. Ngô, “*Physique Nucléaire des Quarks aux Applications*”, Dunod, 2014.
- 8- S. Marguet, “*La Physique des Réacteurs Nucléaires*”, Editions Tec&Doc, 2011.
- 9- D. Naujoks, “*Plasma-Material Interaction in Controlled Fusion*”, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006.
- 10- C. Leroy, P.G. Rancoita, “*Principles of Radiation Interaction in Matter and Detection*”, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2009.
- 11- L. Bianchini, “*Selected Exercises in Particle and Nuclear Physics*”, Springer International Publishing, 2018.
- 12- W.R. Leo, “*Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*”, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1994.
- 13- R.D. Evans, “*The Atomic Nucleus*”, Tata McGraw-Hill Publishing Company Ltd., 1955.
- 14- J.E. Turner, “*Atoms, Radiation, and Radiation Protection*”, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co., 2007.
- 15- Y. Tayalati, “*Interaction du rayonnement avec la matière*”, Université Mohammed Premier, Maroc, 2013-2014.
- 16- W.E. Meyerhof, “*Elements of Nuclear Physics*”, McGraw-Hill Inc., 1967.
- 17- A. de Chateau-Thierry, J. Chavaudra, J.C. Nénot, A. Rannou, J. Brenot, A.M. Chapuis, “*Cours post-universitaire de radioprotection*”, Agence Internationale de l'Energie Atomique, Vienne, 1995.



18- B. Segrè, “*Nuclei and Particles*”, W. A. Benjamin, Inc., 1964.

19- H. Nikjoo, S. Uehara, D. Emfietzoglou, “*Interaction of Radiation With Matter*”, Ed. Taylor & Francis Group, LLC, 2012.

20- Y.K. Lim, “*Problems and Solutions of Atomic, Nuclear, and Particle Physics*”, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 2000.

## Appendice A

Tableau d'excès de masse et de masses atomiques de certains isotopes.

Symbole	Excess de masse (keV)	Masse atomique ( $\mu\text{ma}$ )
${}^1_0n$	8071.3171	1 008664.9158
${}^1_1H$	7288.97061	1 007825.03224
${}^2_1H$	13135.72176	2 014101.77811
${}^3_1H$	14949.80993	3 016049.28199
${}^4_2He$	2424.91561	4 002603.25413
${}^6_3Li$	14086.8789	6 015122.8874
${}^7_3Li$	14907.105	7 016003.437
${}^8_4Be$	4941.67	8 005305.10
${}^9_4Be$	11348.45	9 012183.07
${}^{10}_5B$	12050.609	10 012936.862
${}^{11}_5B$	8667.707	11 009305.167
${}^{12}_6C$	0.0	12 000000.0
${}^{13}_6C$	3125.00888	13 003354.83521
${}^{14}_7N$	2863.41672	14 003074.00446
${}^{15}_7N$	101.4387	15 000108.8989
${}^{16}_8O$	-4737.00135	15 994914.61960
${}^{19}_9F$	-1487.4442	18 998403.1629
${}^{20}_{10}Ne$	-7041.9305	19 992440.1762
${}^{23}_{11}Na$	-9529.8525	22 989769.2820
${}^{24}_{12}Mg$	-13933.569	23 985041.697
${}^{25}_{12}Mg$	-13192.78	24 985836.96
${}^{26}_{12}Mg$	-16214.542	25 982592.97
${}^{27}_{13}Al$	-17196.86	26 981538.41
${}^{28}_{14}Si$	-21492.7943	27 976926.5350
${}^{29}_{14}Si$	-21895.0784	28 976494.6653
${}^{30}_{14}Si$	-24432.960	29 973770.137
${}^{31}_{15}P$	-24440.5410	30 973761.9986
${}^{32}_{15}P$	-24304.87	31 973907.64

Symbole	Excess de masse (keV)	Masse atomique ( $\mu\text{uma}$ )
$^{32}_{16}\text{S}$	-26015.5336	31 972071.1744
$^{33}_{16}\text{S}$	-26585.8543	32 971458.9099
$^{34}_{16}\text{S}$	-29931.69	33 967867.01
$^{35}_{17}\text{Cl}$	-29013.53	34 968852.69
$^{37}_{17}\text{Cl}$	-31761.54	36 965902.58
$^{40}_{18}\text{Ar}$	-35039.8946	39 962383.1238
$^{39}_{19}\text{K}$	-33807.190	38 963706.487
$^{40}_{19}\text{K}$	-33535.49	39 963998.17
$^{41}_{19}\text{K}$	-35559.543	40 961825.258
$^{40}_{20}\text{Ca}$	-34846.384	39 962590.866
$^{42}_{20}\text{Ca}$	-38547.24	41 958617.83
$^{43}_{20}\text{Ca}$	-38408.82	42 958766.43
$^{44}_{20}\text{Ca}$	-41468.7	43 955481.5
$^{45}_{21}\text{Sc}$	-41071.9	44 955907.5
$^{46}_{22}\text{Ti}$	-44127.80	45 952626.86
$^{47}_{22}\text{Ti}$	-44937.36	46 951757.75
$^{48}_{22}\text{Ti}$	-48492.71	47 947940.93
$^{49}_{22}\text{Ti}$	-48563.79	48 947864.63
$^{50}_{22}\text{Ti}$	-51431.66	49 944785.84
$^{51}_{23}\text{V}$	-52203.8	50 943956.9
$^{52}_{24}\text{Cr}$	-55419.2	51 940505.0
$^{55}_{25}\text{Mn}$	-57712.4	54 938043.2
$^{54}_{26}\text{Fe}$	-56254.5	53 939608.3
$^{56}_{26}\text{Fe}$	-60607.1	55 934935.6
$^{59}_{27}\text{Co}$	-62229.7	58 933193.7
$^{58}_{28}\text{Ni}$	-60228.7	57 935341.8
$^{60}_{28}\text{Ni}$	-64473.1	59 930785.3
$^{63}_{29}\text{Cu}$	-65579.8	62 929597.2
$^{65}_{29}\text{Cu}$	-67263.7	64 927789.5
$^{64}_{30}\text{Zn}$	-66004.0	63 929141.8
$^{66}_{30}\text{Zn}$	-68899.2	65 926033.7

Symbole	Excess de masse (keV)	Masse atomique ( $\mu\text{uma}$ )
$^{69}_{31}\text{Ga}$	-69327.8	68 925573.5
$^{71}_{31}\text{Ga}$	-70139.1	70 924702.5
$^{70}_{32}\text{Ge}$	-70561.9	69 924248.7
$^{72}_{32}\text{Ge}$	-72585.90	71 922075.83
$^{74}_{32}\text{Ge}$	-73422.442	73 921177.762
$^{75}_{33}\text{As}$	-73034.2	74 921594.6
$^{76}_{34}\text{Se}$	-75251.950	75 919213.704
$^{78}_{34}\text{Se}$	-77025.94	77 917309.24
$^{80}_{34}\text{Se}$	-77759.5	79 916521.8
$^{79}_{35}\text{Br}$	-76068.0	78 918337.6
$^{81}_{35}\text{Br}$	-77977.0	80 916288.2
$^{82}_{36}\text{Kr}$	-80591.785	81 913481.155
$^{83}_{36}\text{Kr}$	-79990.633	82 914126.518
$^{84}_{36}\text{Kr}$	-82439.335	83 911497.729
$^{86}_{36}\text{Kr}$	-83265.666	85 910610.626
$^{85}_{37}\text{Rr}$	-82167.331	84 911789.738
$^{87}_{37}\text{Rr}$	-84597.791	86 909180.531
$^{86}_{38}\text{Sr}$	-84523.089	85 909260.726
$^{87}_{38}\text{Sr}$	-84880.066	86 908877.496
$^{88}_{38}\text{Sr}$	-87921.618	87 905612.256
$^{89}_{39}\text{Y}$	-87708.4	88 905841.2
$^{90}_{40}\text{Zr}$	-88772.54	89 904698.76
$^{93}_{41}\text{Nb}$	-87212.8	92 906373.2
$^{98}_{42}\text{Mo}$	-88115.97	97 905403.61
$^{97}_{43}\text{Tc}$	-87224	96 906361
$^{101}_{44}\text{Ru}$	-87958.1	100 905573.1
$^{102}_{44}\text{Ru}$	-89106.4	101 904340.3
$^{103}_{45}\text{Rh}$	-88031.7	102 905494.1
$^{102}_{46}\text{Pd}$	-87903.2	101 905632.1
$^{104}_{46}\text{Pd}$	-89395.1	103 904030.4

Symbole	Excess de masse (keV)	Masse atomique ( $\mu\text{uma}$ )
$^{105}_{46}\text{Pd}$	-88417.9	104 905079.5
$^{106}_{46}\text{Pd}$	-89907.5	105 903480.3
$^{108}_{46}\text{Pd}$	-89524.2	107 903891.8
$^{110}_{46}\text{Pd}$	-88330.9	109 905172.9
$^{107}_{47}\text{Ag}$	-88406.7	106 905091.5
$^{109}_{47}\text{Ag}$	-88719.4	108 904755.8
$^{110}_{48}\text{Cd}$	-90348.0	109 903007.5
$^{111}_{48}\text{Cd}$	-89252.2	110 904183.8
$^{112}_{48}\text{Cd}$	-90574.86	111 902763.88
$^{114}_{48}\text{Cd}$	-90014.93	113 903364.99
$^{113}_{49}\text{In}$	-89367.12	112 904060.45
$^{115}_{49}\text{In}$	-89536.346	114 903878.774
$^{116}_{50}\text{Sn}$	-91525.97	115 901742.82
$^{117}_{50}\text{Sn}$	-90397.8	116 902954.0
$^{118}_{50}\text{Sn}$	-91652.9	117 901606.6
$^{120}_{50}\text{Sn}$	-91098.4	119 902201.9
$^{121}_{51}\text{Sb}$	-89600.3	120 903810.1
$^{123}_{51}\text{Sb}$	-89224.1	122 904214.0
$^{125}_{52}\text{Te}$	-89023.0	124 904429.9
$^{126}_{52}\text{Te}$	-90065.3	125 903310.9
$^{128}_{52}\text{Te}$	-88993.7	127 904461.3
$^{130}_{52}\text{Te}$	-87352.949	129 906222.747
$^{127}_{53}\text{I}$	-88984	126 904472
$^{129}_{54}\text{Xe}$	-88696.059	128 904780.859
$^{131}_{54}\text{Xe}$	-88413.558	130 905084.136
$^{132}_{54}\text{Xe}$	-89278.962	131 904155.087
$^{133}_{55}\text{Cs}$	-88070.931	132 905451.961
$^{137}_{56}\text{Ba}$	-87721.2	136 905827.4
$^{138}_{56}\text{Ba}$	-88261.6	137 905247.2
$^{139}_{57}\text{La}$	-87226.2	138 906358.8

Symbole	Excess de masse (keV)	Masse atomique ( $\mu ma$ )
$^{140}_{58}Ce$	-88076.1	139 905446.4
$^{142}_{58}Ce$	-84533.2	141 909249.9
$^{141}_{59}Pr$	-86015.6	140 907658.4
$^{142}_{60}Nd$	-85950.0	141 907728.9
$^{143}_{60}Nd$	-84002.2	142 909819.9
$^{144}_{60}Nd$	-83748.0	143 910092.9
$^{145}_{61}Pm$	-81267.5	144 912756
$^{149}_{62}Sm$	-76064.3	148 918341.7
$^{150}_{62}Sm$	-77051.1	149 917282.2
$^{152}_{62}Sm$	-74762.6	151 919739.0
$^{154}_{62}Sm$	-72455.2	153 922216.2
$^{151}_{63}Eu$	-74652.9	150 919856.9
$^{153}_{63}Eu$	-73367.2	152 921237.0
$^{155}_{64}Gd$	-72069.9	154 922629.8
$^{156}_{64}Gd$	-72534.9	155 922130.6
$^{157}_{64}Gd$	-70823.5	156 923967.9
$^{158}_{64}Gd$	-70689.5	157 924111.6
$^{159}_{65}Tb$	-69532.4	158 925353.9
$^{161}_{66}Dy$	-68055.8	160 926939.1
$^{162}_{66}Dy$	-68181.5	161 926804.2
$^{163}_{66}Dy$	-66381.2	162 928736.9
$^{164}_{66}Dy$	-65968.0	163 929180.5
$^{165}_{67}Ho$	-64899.0	164 930328.0
$^{166}_{68}Er$	-64926.0	165 930299.0
$^{167}_{68}Er$	-63291.2	166 932054.1
$^{168}_{68}Er$	-62991.2	167 932376.2
$^{170}_{68}Er$	-60108.7	169 935470.7
$^{169}_{69}Tm$	-61275.2	168 934218.4
$^{172}_{70}Yb$	-59255.446	171 936386.659
$^{173}_{70}Yb$	-57551.225	172 938216.215
$^{174}_{70}Yb$	-56944.512	173 938867.548

Symbole	Excess de masse (keV)	Masse atomique ( $\mu ma$ )
$^{175}_{71}Lu$	-55165.6	174 940777.3
$^{178}_{72}Hf$	-52435.2	177 943708.5
$^{179}_{72}Hf$	-50462.9	178 945825.8
$^{180}_{72}Hf$	-49779.3	179 946559.7
$^{181}_{73}Hf$	-48438.3	180 947999.3
$^{183}_{74}W$	-46365.6	182 950224.5
$^{184}_{74}W$	-45705.4	183 950933.3
$^{186}_{74}W$	-42508.5	185 954365.2
$^{185}_{75}Re$	-43819.0	184 952958.3
$^{187}_{75}Re$	-41216.5	186 955752.3
$^{190}_{76}Os$	-38707.8	189 958445.5
$^{192}_{76}Os$	-35882.2	191 961478.9
$^{191}_{77}Ir$	-36708.8	190 960591.5
$^{193}_{77}Ir$	-34536.2	192 962923.8
$^{194}_{78}Pt$	-34760.1	193 962683.5
$^{195}_{78}Pt$	-32793.8	194 964794.4
$^{196}_{78}Pt$	-32644.5	195 964954.7
$^{197}_{79}Au$	-31139.7	196 966570.1
$^{200}_{80}Hg$	-29503.3	199 968326.9
$^{202}_{80}Hg$	-27345.3	201 970643.6
$^{205}_{81}Tl$	-23820.9	204 974427.2
$^{208}_{82}Pb$	-21748.6	207 976651.9
$^{209}_{83}Bi$	-18258.7	208 980398.5
$^{209}_{84}Po$	-16366.1	208 982430.3
$^{210}_{85}At$	-11972	209 987147
$^{222}_{86}Rn$	16372.2	222 017576.3
$^{223}_{87}Fr$	18382.4	223 019734.3
$^{226}_{88}Ra$	23667.8	226 025408.5
$^{227}_{89}Ac$	25849.6	227 027750.7

Symbole	Excess de masse (keV)	Masse atomique ( $\mu\text{uma}$ )
$^{232}_{90}\text{Th}$	35446.8	232 038053.7
$^{231}_{91}\text{Pa}$	33424.4	231 035882.6
$^{235}_{92}\text{U}$	40918.8	235 043928.2
$^{238}_{92}\text{U}$	47307.8	238 050787.0
$^{237}_{93}\text{Np}$	44871.7	237 048171.7
$^{244}_{94}\text{Pu}$	59806.0	244 064204.4
$^{243}_{95}\text{Am}$	57175.0	243 061379.9
$^{247}_{96}\text{Cm}$	65533	247 070353
$^{247}_{97}\text{Bk}$	65490	247 070306
$^{251}_{98}\text{Cf}$	74135	251 079587
$^{252}_{99}\text{Es}$	77290	252 082980
$^{257}_{100}\text{Fm}$	88590	257 095105
$^{258}_{101}\text{Md}$	91687	258 098430



## Appendice B

Tableau des préfixes

Multiples			Sous-multiples		
Nom	Symbole	Facteur	Nom	Symbole	Facteur
yotta	Y	$10^{24}$	déci	d	$10^{-1}$
zetta	Z	$10^{21}$	centi	c	$10^{-2}$
exa	E	$10^{18}$	milli	m	$10^{-3}$
peta	P	$10^{15}$	micro	$\mu$	$10^{-6}$
tera	T	$10^{12}$	nano	n	$10^{-9}$
giga	G	$10^9$	pico	p	$10^{-12}$
méga	M	$10^6$	femto	f	$10^{-15}$
kilo	k	$10^3$	atto	a	$10^{-18}$
hecto	h	$10^2$	zepto	z	$10^{-21}$
déca	da	10	yocto	y	$10^{-24}$

Conversion

$1 \text{ eV} = 1.602176565 \times 10^{-19} \text{ J}$	$0 \text{ }^\circ\text{C} = 273.15 \text{ K}$
$1 \text{ J} = 6.2415093433 \times 10^{18} \text{ eV}$	$1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$
$1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2 = 10^{-24} \text{ cm}^2$	$1 \text{ Bq} = 1 \text{ désintégration/s}$
$1 \text{ uma} = 931.4940954 \text{ MeV}/c^2$	$1 \text{ Ci} = 3.7 \times 10^{10} \text{ Bq}$
$1 \text{ l} = 10^{-3} \text{ m}^3$	$1 \text{ Sv} = 100 \text{ rem}$
$1 \text{ rad} = 57.2958^\circ$	$1 \text{ rd} = 0.01 \text{ Gy}$

## Appendice C

### Constantes physiques

Symbole	Définition	Valeur
$e$	Charge élémentaire	$1.602\,176\,620\,8 \times 10^{-19} \text{ C}$
$h$	Constante de Planck	$6.626070040 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ $4.13566733 \times 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$
$\hbar = h/2\pi$	Constante de Planck réduite	$1.054571800 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ $0.6582119 \times 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$
$k$	Constante de Boltzmann	$1.38064852 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
$\mathcal{N}_a$	Nombre d'Avogadro	$6.022140857 \times 10^{23} \text{ /mol}$
$\pi$	Constante de la longueur du cercle	3.141592653589
$\epsilon_0$	Permittivité diélectrique du vide	$8.854187817 \times 10^{-12} \text{ A}^2\text{s}^4\text{kg}^{-1}\text{m}^{-3}$
$1/4\pi\epsilon_0$	Constante de Coulomb	$8.98755178736 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$
$\mu_0$	Perméabilité magnétique du vide	$4\pi \times 10^{-7} \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-2}\text{s}^{-2}$
$c$	Vitesse de la lumière dans le vide ( $1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ )	$2.99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$
$m_e$	Masse de l'électron au repos	$9.10938356 \times 10^{-31} \text{ kg}$ $0.510998918 \text{ MeV}/\text{C}^2$
$m_p$	Masse du proton au repos	$1.672621898 \times 10^{-27} \text{ kg}$ $938.2720813 \text{ MeV}/\text{C}^2$
$m_n$	Masse du neutron au repos	$1.674927471 \times 10^{-27} \text{ kg}$ $939.5654133 \text{ MeV}/\text{C}^2$
$uma$	Masse atomique ( $^{12}_6\text{C} = 12$ )	$1.660539040 \times 10^{-27} \text{ kg}$ $931.4940954 \text{ MeV}/\text{C}^2$
$a_B$	Rayon de Bohr ( $4\pi\epsilon_0\hbar^2/m_e e^2$ )	$5.2917721067 \times 10^{-11} \text{ m}$
$\lambda_C$	Longueur d'onde Compton ( $h/m_e c$ )	$2.4263 \times 10^{-12} \text{ m} = 0.0243 \text{ \AA}$
$\alpha$	Constante de la structure fine ( $e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c$ )	$7.29735256 \times 10^{-3} \simeq 1/137.035999$
$r_e$	Rayon classique de l'électron ( $e^2/4\pi\epsilon_0 m_e c^2$ )	$2.817\,940\,325 \times 10^{-15} \text{ m}$
$R_\infty$	Constante de Rydberg	$1.097373156850 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$
$G$	Constante gravitationnelle	$6.674\,08 \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$