République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique Université Dr. Moulay Tahar- Saïda-

Faculté des sciences



Département De Physique Mémoire De Licence système (L.M.D) Spécialité Spectroscopie moléculaire Option physique

Thème

SPECTRE DES TRANSITIONS ROVIBRATIONNELLES DE LA BANDE DYADE-DYADE DE LA MOLECULE ¹²CH₄

Présenté Par :

- ♦ KHALIFATI FATIMA ZOHRA
- **♦ AFFOUNE HADJER**

Devant Le Jury Composé De:

M. MESKINE F. SAADAOUI A.BENDJEDID A.KAAROUR PRESIDENT EXAMINATEUR EXAMINATEUR RAPPORTEUR

Soutenu le: 17/06/2014

Promotion

2013-2014

Remerciements

Nous tenons tout d'abord à remercier **ALLAH** le tout puissant et miséricordieux, qui nous a donné la force et la patience d'accomplir ce modeste travail.

En second lieu, nous tenons à remercier notre encadreur : Monsieur

KAAROUR, pour sa disponibilité, sa patience, son précieux conseil et son
aide qui ont contribué à orienter et à réaliser notre recherche et notre
réflexion durant toute la période du travail.

Nous remercions de tout cœur les enseignants de département de science de la matière.

Nos vifs remerciements vont également aux membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à notre recherche en acceptant d'examiner notre travail et de l'enrichir par leurs propositions.

Un remerciement exceptionnel pour Mademoiselle Malika.

Nos remerciements s'étendent également à tous les professeurs qui nous ont enseigné et qui par leurs compétences nous ont soutenu dans la poursuite de nos études

Spécialement : OUARDI, DJAAFRI, ZAMOULI, HAWARI, DJIDE.

Enfin, nous adressons nos plus sincères remerciements à toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.



Je dédie le fruit de cet effort aux deux bougies qui ont veillé pour mon avenir :

A mon adorable maman **« Touness»** pour tous les efforts qu'elle a fournis pour devenir ce que j'en suis. Merci pour m'avoir donné cette force de réussir et de toujours aller au bout de ce qu'on entreprend.

A mon chère père **« Ahmed »** qui m'a soutenu et a été toujours à mes côtés et m'a permis d'arriver où j'en suis aujourd'hui. C'est son soutien inébranlable qui me mène sur le chemin de la réussite.

> A mon chers frère : Mohamed.

> A ma chère sœur : Ikhlas

A qui m'a beaucoup aider durant mon cursus et qui ma partagé tous les moments difficiles, à mon adorable sœur : **BRAHMI Imene**

A toutes mes proches sœurs de Mossala OME ELMOEMININE
Aaicha Radi ALAH anha et l'Ugel .

A toutes mes proches amies

A mon binôme : Fatima qui a partagé avec moi ce laborieux travail.

A toute la famille **AFFOUNE** et **DEHBI**.

A tous ceux qui me sont chers spécialement les petites : **Naéla** ,**Allaa** ,**Khadidja**,**Horra**

*Enfin à toute ma promotion du Spectroscopie **MOuRAD** , youcef

Fatima ch 2013-2014*

HADJER



A mon très cher père« KHALIFATI khalfallah»

Rien au monde ne vaut les efforts fournis jour et nuit pour mon éducation et mon bien être.

A ma très chère mère «HAJA Aouali»

Affable, honorable, aimable : Tu représentes pour moi le symbole de la bonté par excellence, la source de tendresse et l'exemple du dévouement qui n'a pas cessé de m'encourager et de prier pour moi.

Puisse Dieu, le tout puissant, te préserver et t'accorder santé, longue vie et bonheur.

A toute les roses de vie qui aide moi et en courage pour le succès : ma mère et nom très chère sœur qui donne la fidélité et la tendres : **«FATIMA»**

A mon très cher frère : YOUCEF, MOUSSA, MOHAMMED, Lahcen, AMeur, MOHAMMED Amine, MOHAMMED Habib, Ayoube.

A mes très chères sœurs :

Mokhtaria,hadjira,Zohra,Aida,Rekaya,Rebiha,Saddia,Mbarka,Houria,Nadira,Manal,Wiam,Asma,Khadija,Mokhtaria.

A tous les membres de ma famille, petits et grands

A mes chères amis : HAFSSA, FATIMA, HALIMA, HANANE, AINOUNA, MALIKA, FATIMA, ALAA, KAWTARE.

Spécialement : A mon oncle « HAJE MOKHTAR AMEUR »

A mon adorable sœur ; mon binôme : **« HADJER »,** qu'ALLAH te protège et te donne la force, la santé et la réussite durant toute la vie.

A toute la promotion du Spectroscopie **2013-2014** ***FATIMA***

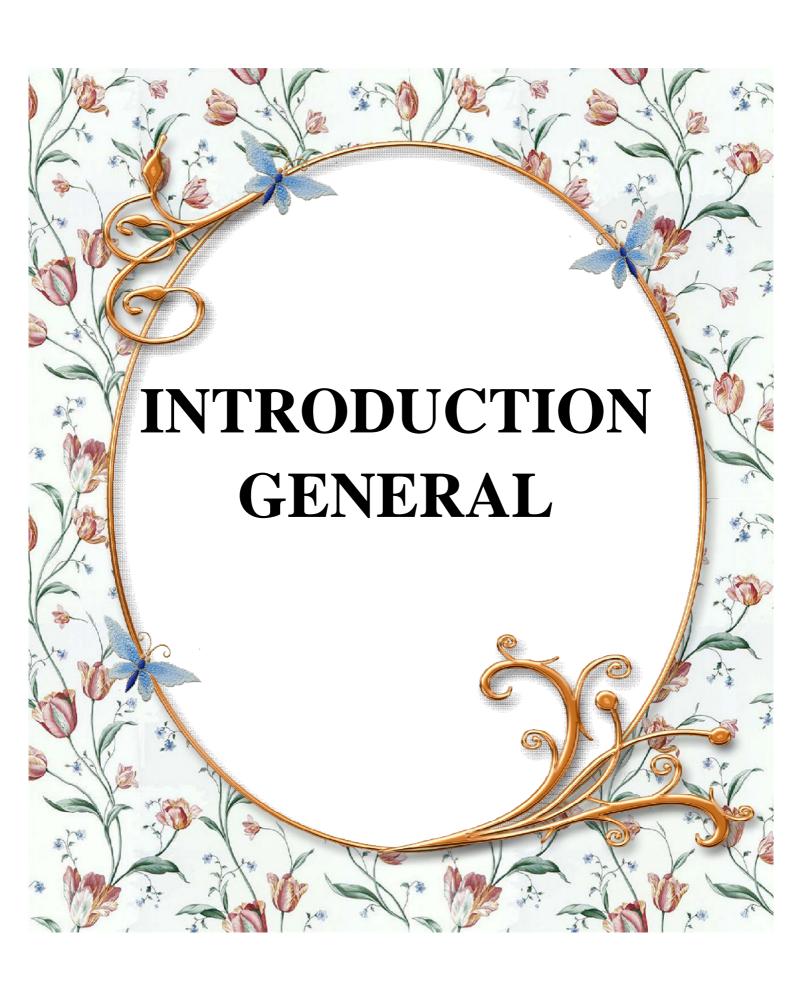
Table des matières

Remerciements

Dédicaces

Introduction général1-	4
Chapitre I : Symétries moléculaire5-	-19
I -1- Introduction	5
I -2-Symétries et groupes.	5
I-2- 1- Symétrie	5
I-2- 2- Les opérations de symétries	5
I-2- 3-Eléments de symétrie d'une molécule	6
I-2- 4- Etude générale de la symétrie	9
I -3- Opérations de symétrie, classes et groupes de symétrie	.10
I -4 -Les groupes ponctuels de symétrie	.12
I -5- La théorie des groupes	.17
I -5-1- Définitions et théorèmes de la théorie des groupes	.17
I -5-2- Propriétés définissant un groupe G	.18
I -5-3-Exemples de groupes	19
Chapitre II: Théorie de représentation moléculaire20-	-40
II-1- Introduction.	.20
II- 2- Représentations réductibles et irréductibles	.21
II-2-1-Les représentations des différentes symétries par des matrices (3,3)	.24
II- 3- Représentations irréductibles du groupe T _d et table de caractères	.33
II- 4- Modes normaux de vibration du méthane	38

Chapitre III: Etude de la bande dyade-dyade de la molécule ¹² CH ₄ 41-54			
III-1Utilisation du logiciel XTDS dans le calcul du spectre de la bande dyade-			
dyade de la molécule ¹² CH ₄ 41			
1-Création de scriptes avec XTDS41			
III-2 Paramètres de l'Hamiltonien42			
III-3 Calcul de Spectre de la bande dyade-dyade de la molécule ¹² CH ₄ 44			
III-3-1 Paramètres de l'Hamiltonien44			
III-3-2 Spectre calculé48			
III-4 Visualisation de spectre simulé par le logiciel XTDS52			
III-5 Visualisation du diagramme énergétique54			
Conclusion55			
Bibliographie56			



La spectroscopie est Basé sur le principe de l'analyse du spectre spécifique de chaque composé chimique, les applications de la spectroscopie organique sont nombreuses : identification de composé (surtout en IR), le dosage, l'imagerie (IR ou Raman), l'analyse physique (verre, analyse de surface)...

Grâce au développement des nouvelles techniques, de nouveaux accessoires, la spectroscopie organique s'adapte à tous type d'échantillon : liquides, pates, comprimés, films, plastiques, échantillons biologiques... et permet aussi l'analyse à travers des récipients (vials ou réacteurs), ou directement dans les échantillons en utilisant les fibres optiques.

Ces techniques sont aussi aisément couplés à d'autres techniques telles que les bains de dissolution (analyse en ligne

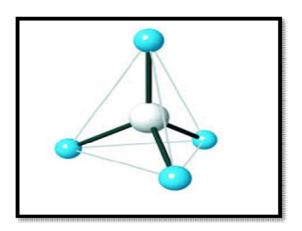
La spectroscopie, ou spectrométrie, est l'étude théorique du spectre d'un phénomène physique, c'est-à-dire de sa décomposition sur une échelle d'énergie, ou toute autre grandeur se ramenant à une énergie (fréquence, longueur d'onde, etc.).

Une molécule est une structure de base de la matière .C'est l'assemblage chimique électriquement neutre d'au moins deux atomes, qui peut exister à l'état libre, et qui représente la plus petite quantité de matière possédant les propriétés caractéristiques de la substance considérée. Les molécules constituent des agrégats atomiques liés par des forces de valence (liaisons covalentes) et elles conservent leur individualité physique. Des forces plus faibles, telles les liaisons hydrogène et celles de type van der Waals, les maintiennent à proximité les unes des autres à l'état liquide et/ou solide.

L'assemblage d'atomes constituant une molécule n'est pas définitif, il est susceptible de subir des modifications. En revanche, les atomes qui la

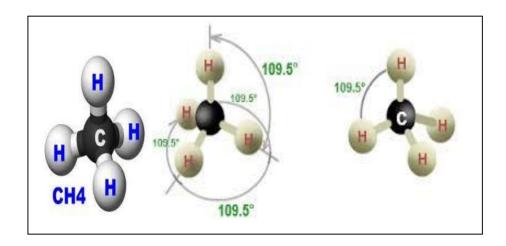
constituent sont des assemblages (de particules) beaucoup plus stables, qui se conservent durant une réaction chimique car la transformation d'atomes, appelée transmutation, nécessite des apports d'énergie beaucoup plus importants faisant l'objet des réactions.

Une géométrie moléculaire tétraédrique est la géométrie moléculaire des molécules où un atome central et lié à quatre atomes aux coins d'un tétraèdre régulier (XY₄).



Molécule XY₄.

Le **méthane** est une molécule de formule brute CH_4 est un exemple parfait d'un tétraèdre. Les opération de symétrie appartiennent au groupe ponctuel T_d



Molécule CH₄.

Le **méthane** est un hydrocarbure_de la famille des alcanes de formule brute CH4. C'est un gaz que l'on trouve à l'état naturel et qui est produit par des organismes vivants. Produit par ces organismes au cours des temps géologiques, il constitue l'essentiel du gaz naturel qui est exploité comme combustible fossile ,Sa masse moléculaire est de 16,0425 g·mol⁻¹ (C:74,87%, H25,13%)

La durée de vie dans l'atmosphère d'une molécule de méthane est de l'ordre de 10 ans

Le méthane est naturellement présent dans l'atmosphère terrestre, mais les ajouts anthropiques ont amené son taux à plus que doubler depuis la révolution industrielle, atteignant 1,75 <u>ppm</u> (précisément de 1 748 <u>ppb</u> en 1998). Il tendait à se stabiliser en 2006-2007avant de ré augmenter et de connaitre un nouveau record en 2012 (1,819 ppm, soit + 260 % par rapport au niveau préindustriel).

Rôle du Méthane dans l'atmosphère:

- Le méthane est un des principaux gaz à effet de serre, il joue notamment un rôle important dans l'effet de serre additionnel, il est l'un des principaux gaz précurseurs permettant la formation de l'ozone troposphérique, et son oxydation dans l'atmosphère contrôle en partie les teneurs en radicaux OH_qui sont les principaux oxydants des gaz dans la troposphère

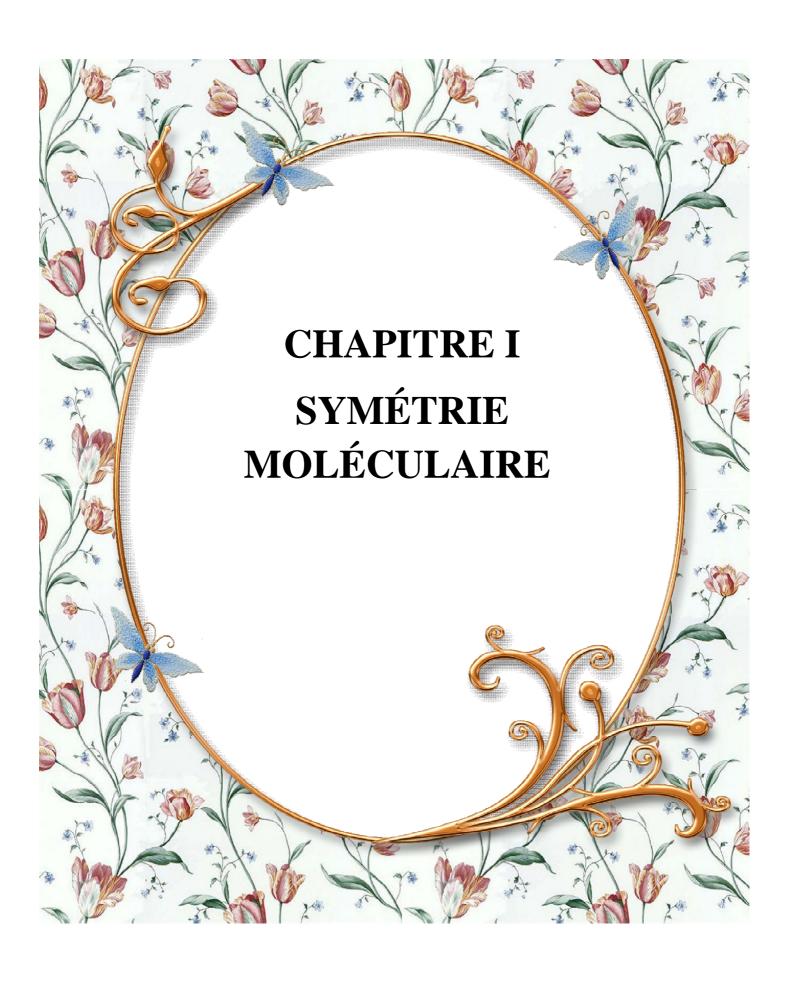
- dans la stratosphère l'oxydation du méthane contrôle en partie la teneur en vapeur d'eau (l'oxydation d'une molécule de méthane conduit à la formation de deux molécules d'eau), il limite aussi le pouvoir catalytique des atomes de chlore.

- Un gaz à effet de serre

Le méthane est un gaz à effet de serre qui influe sur le climat, Il absorbe une partie du rayonnement infrarouge émis par la Terre, et l'empêche ainsi de s'échapper vers l'espace. Ce phénomène contribue au réchauffement de la Terre.

De plus il contribue aussi indirectement à l'effet de serre en diminuant la capacité de l'atmosphère à oxyder d'autres gaz à effet de serre (comme les fréons). Son utilisation comme combustible émet du CO₂ à hauteur de 380 Mt/an (les émissions industrielles avoisinent6 000 Mt/an).

L'influence du méthane sur le climat est moins importante que celle du dioxyde de carbone mais elle est quand même préoccupante. Une molécule de méthane absorbe en moyenne 23 fois plus de rayonnement qu'une molécule de dioxyde de carbone sur une période de 100 ans, son potentiel de réchauffement global (PRG) est donc de 23 ; à échéance 20 ans, son PRG est même de 62. Le méthane est considéré comme le 3^e gaz responsable du dérèglement climatique, après le CO₂ et les fréons.



I-1.Introduction:

L'étude des symétries d'une molécule est fondée sur l'étude de son infrastructure géométrique constituée par les noyaux de ses atomes (atomes supposés occuper des positions fixes dons l'espace). La molécule peut contenir des noyaux identiques et occupant, dans l'infrastructure, des positions équivalentes du point de vue physique. Dans la théorie de la symétrie moléculaire, Nous considérerons, parmi les permutations de noyaux identiques et physiquement équivalents, les permutations obtenues par des rotations de l'infrastructure considérée comme un solide indéformable, on par des symétries par rapport à un plan (on obtient alors l'image dans un miroir de l'infrastructure), on encore par des combinaisons de ces deux types de transformation.

I-2. Symétries et Groupes:

I-2-1 .Symétrie:

Un objet possède une symétrie, si en lui appliquant une transformation (une opération de symétrie), l'objet ne peut pas être distinguée de sa géométrie de départ.

I-2-2. Opérations de symétrie

Une **opération de symétrie** est une action qui laisse un objet identique après son application. Par exemple si nous prenons une molécule d'eau et que nous la tournons de 180° selon un axe traversant l'atome d'oxygène, elle sera inchangée. De même elle sera inchangée par réflexion au travers de deux plans miroirs.

Exemple:

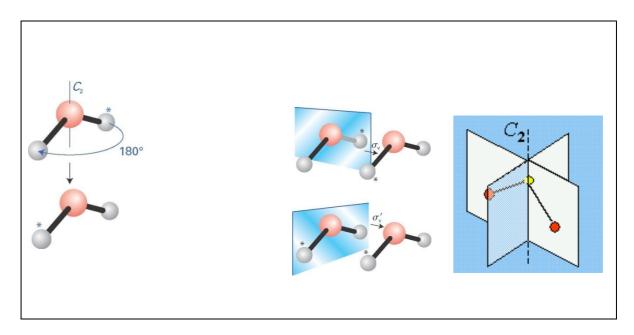


Figure I-1 : La rotation de 180° d'une molécule d'eau autour d'un axe la laisse inchangée, ainsi que la réflexion au travers de deux plans miroirs

Chaque opération de symétrie possède un **élément de symétrie**, qui sera un axe un plan ou un point suivant l'opération effectuée. L'élément de symétrie est constitué des points qui restent en place au cours de l'opération. Pour une rotation, par exemple, la ligne de points qui restent en place constitue l'axe de symétrie. Pour une réflexion ces points constituent un plan de symétrie.

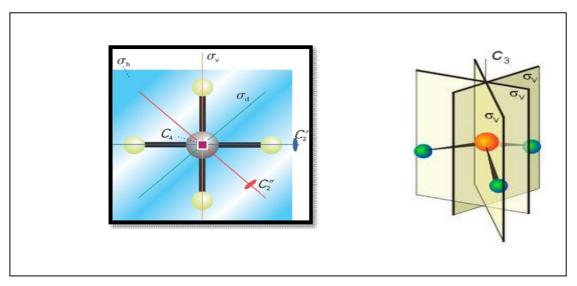
I-2-3. Eléments de symétrie d'une molécule

- E, l'identité. L'opération identité consiste à ne rien faire, l'élément associé est la molécule dans son entier. Touts les molécules ont au moins cet, element.
- Cn, la rotation d'ordre n, c'est à dire d'un angle de $2\pi/n$ laisse la molécule inchangée. La molécule d'eau possède un axe de rotation C_2 . Certaines molécules ont plusieurs axes de symétrie; dans ces cas l'axe qui a la

plus grande valeur de *n* est appelé l'axe principal. Par convention, les rotations s'effectuent dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

• σ , le plan de symétrie. La réflexion au travers de ce plan laisse la molécule inchangée. Dans une molécule qui contient également un axe de rotation, si le plan contient cet axe, il est noté σ v. Si le plan est perpendiculaire à cet axe, il sera noté σ h. Un plan bissecteur de deux axes de rotation C_2 sera noté σ d.

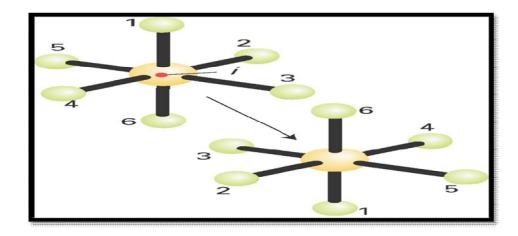
Exemple:



FigureI-2.effet de l'opération de plan

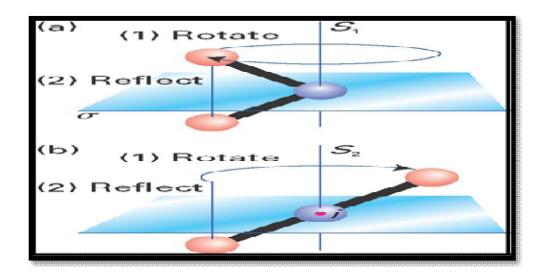
Certains éléments de symétrie d'une molécule comme XeF_4 . Il y a deux couples d'axes de rotation d'ordre 2 perpendiculaires à l'axe principale d'ordre 4. Un plan de symétrie σh contenu dans le plan de la feuille, et deux ensembles de plans σ_V et σ_d .

• i, le centre d'inversion. L'inversion au travers de ce centre de symétrie laisse la molécule inchangée. L'inversion consiste à projeter tout les points au travers de ce centre.



FigureI-3. Effet de l'opération d'inversion i sur la molécule de SF₆

■ Sn, la rotation impropre d'ordre n (rotation/réflexion). Cette opération consiste en une rotation d'ordre n suivie par une réflexion dans un plan perpendiculaire à cet axe. S1 est équivalent à une réflexion, S2 à une inversion.



FigureI-4. Effets des opérations des Rotations impropres

Par convention, lorsque l'on définit un repère cartésien dans une molécule, l'axe est orienté comme l'axe de rotation principal, et l'axe x est contenu dans le plan de la molécule (ou dans le plan contenant le plus grand nombre d'atomes). [1]

I-2-4. Etude générale de la symétrie :

La symétrie d'une molécule est déterminée par la totalité des opérations de symétrie qu'elle possède.

Toute opération de symétrie a pour but de placer un modèle, dans une position équivalente,

C'est-à-dire que chaque point du modèle dans la position finale coïncide avec un point équivalent dans la position initiale; Deux positions équivalentes ne peuvent être discernées à première vue : elles ne sont discernables que si les points caractéristiques du modèle sont repérés par exemple, en numération.

Soit par exemple un modèle carré représenté sur la figure I-5

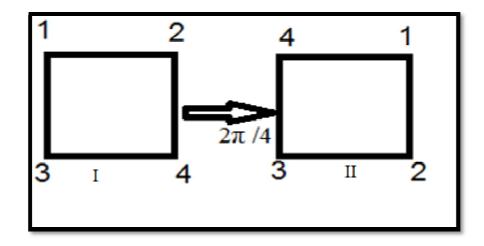


Figure I-5 : effet de l'opération sur modèle carré

Si nous faisons tourner ce carré autour d'un axe perpendiculaire à la figure I-5, et passant par son centre, nous obtenons pour une rotation de $\pi/2$ la position \ddot{I} les position I (initiale) et (finale) sont superposables, donc équivalentes. [2]

On dit que les points 1, 2,3 et 4 sont des points équivalents

Tableau I-1 La symétrie d'une molécule est déterminé par la totalité des opérations de symétrie qu'elle possède.

Elément de symétrie	Opération	
Axe de rotation, C _n	Rotation d'un angle de $2\pi/n$ par rapport à	
	l'axe de rotation C _n	
Axe de rotation impropre, S _n	, S_n Rotation de $2\pi/n$	
	puis réflexion par rapport au plan	
	perpendiculaire à l'axe C _n	
Plan vertical, σ_V	Réflexion / plan	
Plan horizontal, σh	Réflexion / plan	
Centre d'inversion, I	Inversion	
Aucun, E	Ne rien faire à la molécule	

I-3. Opérations de symétrie, classes et groupes (H₂O,NH₃, CH₄):

Les opérations de symétrie pour les molécules suivantes, dans leurs géométries d'équilibre :H₂O ,NH₃,CH₄.

• Pour 1'eau : E, C_2 , σ_v , σ_v , .

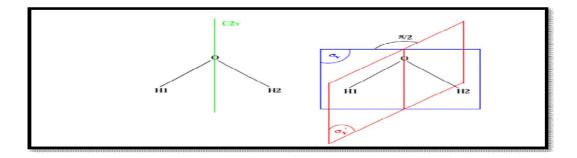


Figure I-6-effet des operation C_2 et σ_v sur la molécule H_2O

• <u>Pour l'ammoniac</u> : $E, C_3^1, C_3^2, \sigma_{v1}, \sigma_{v2}, \sigma_{v3}$ (groupe C_{3v}). On voit ici la difference entre l'élément de symétrie C_3 et l'opération C_3^1 .

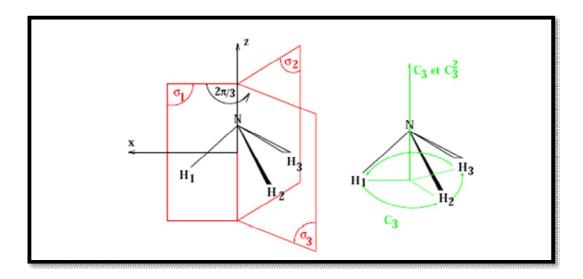


Figure I-7-effet des operation C_3 et σ_v sur la molécule NH_3

•Pour le méthane : $E,4C_3^1,4C_3^2,6$ σ_d , $3C_2$, $3S_4^1,3S_4^3$ (groupe T_d). On ne prend pas en compte S_4^2 car il correspond à C_2 , de manière cénérale, $S_{2n}^{2k} = C_n^k$. Toutes les opération de symétrie de la molécule CH4 sont présentées dans les figures ci-dessous :

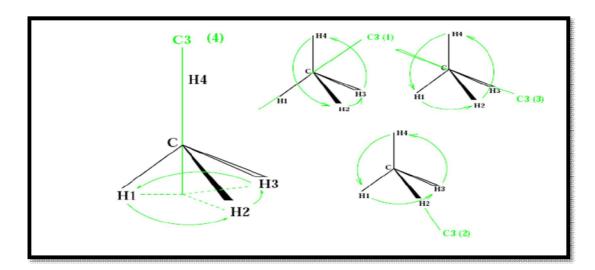


Figure I-8-1-effet des operation C₃ sur la molécule CH₄

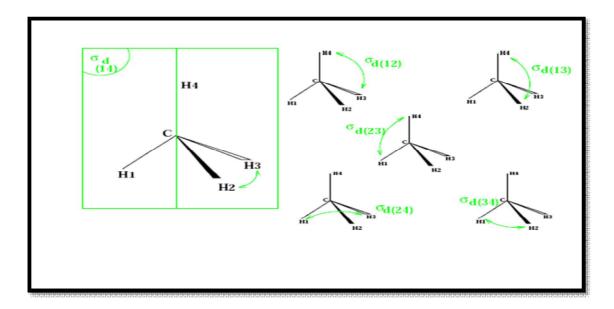


Figure I-8-2-effet des opération σ_d sur la molécule CH_4

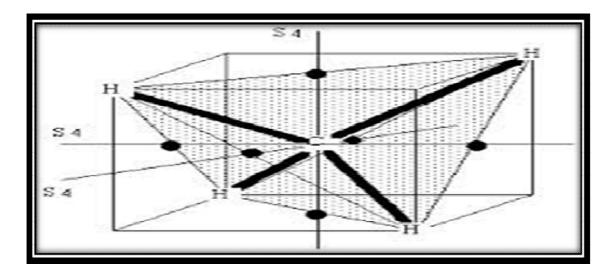


Figure I-8-3-effet des opération S₄ sur la molécule CH₄

I-4.Les groupes ponctuels de symétrie :

Nous venons de voir qu'en combinant convenablement des opérations de symétrie on obtenait un groupe ponctuel . Toutes les combinaisons ne sont pas possibles : par exemple, une molécule ne peut orésenter un axe C_3 et un autre axe C_4 colinéaires enfin, plusieurs combinaisons impliquent souvent l'existence d'autre éléments.

Nous avons déjà vu que deux C_2 perpendiculaires engendrent un troisième C_2 perpendiculaire aux deux autres : Si une molécule possède un axe C_2 (z) et un σ_v (x y) perpendiculaire à C_2 (z), elle présentera ainsi l'élément i, etc.....la nomenclature tient compte de tout cela et donne le nombre minimum d'éléments à connaître .pour définir complètement le groupe.

1)-<u>les groupes</u> C_n:

Quand il n'existe qu'un axe C_n et aucun autre élément de symétrie à part I, on dit que l'objet appartient au groupe ponctuel C_n .

2)-les groupes S_n :

Seulement un axe impropre S_n .ces groupes ne sont utilisés que pour n pair, car pour n impair ils se ramènent à d'autres groupes.

```
S_2 : équivalent à i est noté C _i Ex : cl Br HC-CH Br cl trans ; S_4 \colon \text{implique } C_2 \,;
```

 S_6 : implique C_3 et i etc.;

3)-les groupes C_{nV} :

Une axe C $_{n}$ et n plans $\,$ verticaux σ $_{v}$ passant par l'axe

 C_{1v} : un seul plan de symétrie, ce qui s'écrit conventionnellement C_s ;

C_{2v:}H₂O ion formicates HCOO "ionique";

 C_{4v} :PtCL₄

 C_{5v} : les molécules X_5Y_{10} non planes.

 $C \circ v$: les molécules linéaires asymétriques(HCN).

4)-<u>les groupes</u> D_n :

Un axe C_n plus n axe C_2 répartis régulièrement dans un plan perpendiculaire à C_n , le symbole D vient du mot "dièdre".

 D_1 : équivalant a C_2 ;

D₂: souvent désigné par V (de *vierergruppe*; D₂≡V).

5)-les groupes C_{nh} : Un axe C_n plus un plan σ_h perpendiculaire à C_n

 C_{1h} : équivalent a C_5 .EX ion $C_2H_2CL_2$ transe N_2F_2 transe.

6)-<u>les groupes</u> D_{nh}:

Un axe C_n plus n axes C_2 perpendiculaires a C_n plus n plans σ_d passant par C_n et bissecteur des n C_2 ce groupe dérive donc de D_n avec en plus les n plans σ_d .

 D_{1d} : ne peut auster, car σ_d n'a pas de sons s'el est tout seul ;

 D_{2d} :s'écrit aussi V_d . EX l'allène CH_2 =C= CH_2 ; Les plans contenant les = CH_2 étant perpendiculaire.

7)-<u>le groupe</u> D_{nH}:

Un axe C $_n$ plus σ $_v$ faisant entre eux un angle de $2\pi/2n$ comme dans C $_{nv}$, plus un plan σ $_h$ normale C $_n$,

Ces élément de symétrie entretuent aussi la présence de n C_2 qui son les intersections de σ_v avec la σ_h .

 $D_{1h} \colon identique \ \grave{a} \ C_{2v} \, ;$

 D_{2h} : s'écrit également V $_h$ EX C_2H_4 plan ;

 D_{3h} : les molécules planes NO_3 , CO3;

D_h: les modèles linéaires symétriques CO₂.

8)-<u>les groupes</u> T:

Ce sont les groupes tétraédriques qui font partie des groupes cubiques, les groupe tétraédrique se subdivisent en traies groupes :

- <u>les groupe T</u> : D2 + quatre axe C_3 disposés comme dans le tétraèdre régulier EX le néo pentane $C(CH_3)_4$;

Ce groupe est donc de symétrie inferieure à celle du tétraèdre régulier.

-le groupe T_d : l'un des groupes les plus importants c'est ce lui du tétraèdre régulier (D_2) , plus 4 C_3 plus $6\sigma_d$ bissectant chaque paire de C_3 EX : NH_4^+ CH_4 .

-<u>le groupe</u> T_h : si ou ajoute à la symétrie T_d un centre d'inversion i, ou obtient les groupe T_h Ex aucune molécule connue à ce jour.

9)-<u>le groupe</u> O:

Ces groupes appartiennent également au groupe cubique et se subdivisent en deux groupes.

-<u>le groupe</u> O:

Les éléments de symétrie sont : $3C_4$ mutuellement perpendiculaires plus $4C_3$ respectivement de même orientation que le C_2 et le C_3 du tétraèdre .En conséquence le groupe O possède aussi $6C_2$ en plus des C_2 coïncidant avec les C_4 .Ce groupe est moins symétrique que l'octaèdre régulier.

-les groupe O_h : c'est le groupe de l'octaèdre régulier qui dérive du groupe O_h : en lui ajoutant un centre d'inversion donc : $O+I \rightarrow O_h$

Tableau I-2:Les systèmes d'axes et de plans de symétrie des groupes ponctuels sont résumés dans le tableau suivant :

Groupes	Axes et plans de symétrie
Cs	Plan de symétrie
Ci	Centre de symétrie
C _n	Axe de symétrie d'ordre n
S _{2n}	Axe de symétrie impropre d'ordre 2n
C _{nh}	Axe de symétrie d'ordre n + plan horizontal
C _{nv}	Axe de symétrie d'ordre n + n plans verticaux
D _n	Axe de symétrie d'ordre n + n axes horizontaux d'ordre 2
D _{nh}	Axe de symétrie d'ordre n + n axes horizontaux d'ordre 2 + un plan horizontal + n plans verticaux contenant les axes d'ordre 2
D_{nd}	Axe de symétrie d'ordre n + n axes horizontaux d'ordre 2 + n plans verticaux bissecteurs des angles formés par les axes horizontaux d'ordre 2
T_d	Tétraèdre
O _h	Octaèdre ou cube

Tableau I-3: Synopique des différents groupes ponctuels ,de leurs éléments de symétrie, ainsi que les molécules leur appartenant.

Point groupe	Elément de symétrie	Schéma	Example
C_1	Е	•	SilClBrF
C_2	E, C ₂		H_2O_2
C ₅	Е,σ	•	NHF ₂
C_{2v}	E, C_2,σ_v,σ'_v		H ₂ O,SO ₂ Cl ₂
C_{3v}	$E,2C_3,3\sigma_v$	~	NH ₃ ,PCl ₃ ,POcl ₅
$C_{\infty v}$	E, C_2 , $2 C_{\infty v}$, ∞_v	9	CO,HCL,OCS
D_{2h}	E, 3C ₂ ,i, 3σ	-	N_2O_4 , B_2H_6
D _{3h}	E, $2C_3$, $3C_2$, $2S_3$, $3\sigma_v$	30-C	BF ₃ , PCL ₅
D _{4h}	E,2C ₄ ,C ₂ ,2C' ₂ ,2C'' ₂ ,2C ₄ ,σ _h ,2σ _v , 2σ _d		$X_{e}f_{4}$
			trans[MA ₂ B ₂]
$D_{\infty h}$	$E, \infty c'_{2}, 2C_{\Psi}, i, \infty \sigma_{v}, 2S_{\Psi}$		H_2 , CO_2 , C_2H_2
T_{d}	$E, 8C_3, 3C_2, 6S_4, 6\sigma_d$	-	CH ₄ ,SilCL ₄
O _h	E ,8C ₃ , 3C ₂ ,i, 6S ₄ ,8S ₆ , 3σ _v , 6σ _d	-	SF ₆

I-5. la théorie des groupes

I-5-1.Définitions et théorèmes de la théorie des groupes

La théorie des groupes est une discipline mathématique, c'est la partie de l'algèbre général qui étudie les groupes des structures algébriques.

La théorie des groupes est très utilisée en chimie:

- elle permet de simplifier l'écriture de l'Hamiltonien d'une molécule en exploitant ses symétries.

- elle permet de calculer les orbitales moléculaires comme somme d'orbitales atomiques.
- en spectroscopie vibrationnelle, elle permet de prédire le type de déformation que peut subir une molécule et selon la symétrie de sa déformation elle permet de prévoir si une transition peut être visible dans les spectres IR et/ou Raman.

La théorie des groupes est également très utilisée en physique théorique.

I-5-2. Propriétés définissant un groupe G

Un ensemble d'éléments constitue un groupe s'il satisfait a une loi de composition interne (combinaison) notée (x, . ou *). Cette loi est définie par:

a- Le produit de deux éléments A et B de G et le « carré » de chaque élément sont des éléments de G:

$$AxB = C \in G$$

$$AxA = A^2 = F \in G$$

La combinaison n'est pas forcément commutative

$$AxB = C$$
 et $BxA = D$ avec $C \neq D \in G$

si ▼ A et B de G, C = D le groupe est dit abélien.

b- Il existe un élément E et un seul de G qui commute avec tous les autres éléments (et avec lui-même). E est l'élément neutre (ou élément identité). $\forall \ X \in G, E \ X = X \ E = X$

c- La loi de composition est associative :

$$\forall$$
 Les éléments A, B et C : ABC = A(BC) = (AB) C.

d- Tout élément X de G doit posséder un inverse et un seul c'est à dire:

Si
$$AB = E \Rightarrow B = A^{-1}$$

Si
$$BA = E \Rightarrow A = B^{-1}$$

L'élément neutre est son propre inverse: E. E = E [3]

I-5-3. Exemples de groupes

Soit un groupe fini d'éléments. L'ordre d'un groupe est égale au nombre d'éléments de ce groupe.

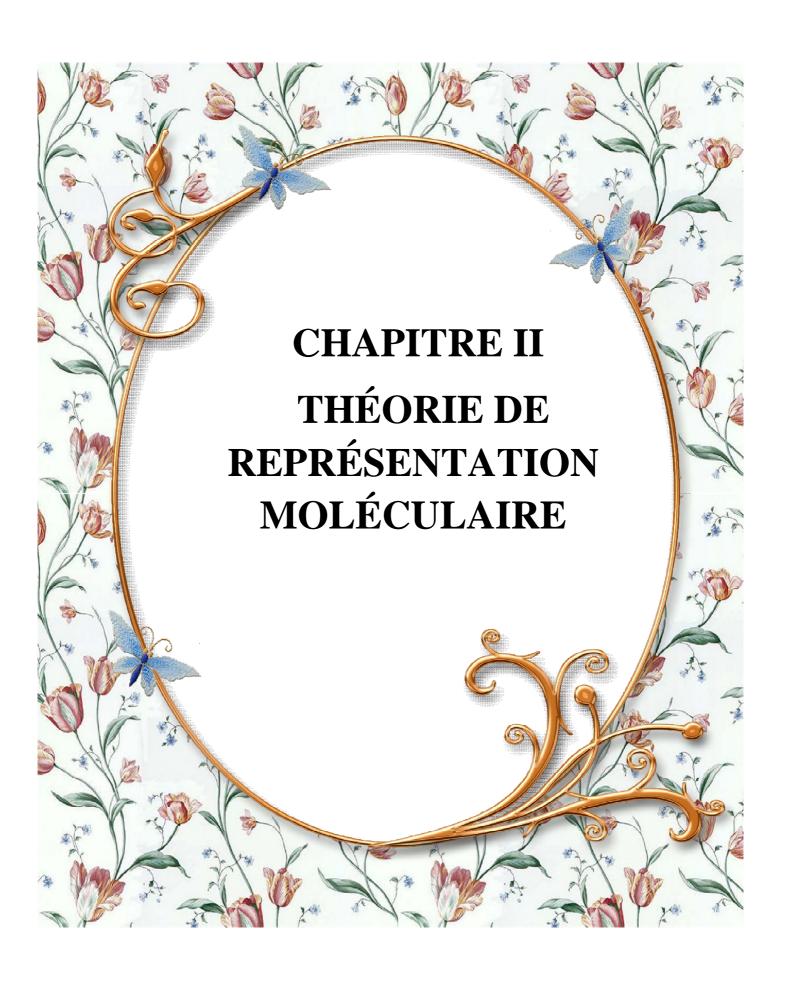
• L'ensemble des 4 éléments: e $^{2\pi i l/4}$ avec l=0, 1, 2,3

$$1 = 0$$
 $e^{0} = 1 = E$

$$l=1$$
 $e^{\pi i/2} = A$

$$l=2$$
 $e^{\pi i} = B$

$$l=3$$
 $e^{3\pi i/2} = C$



II-1.Introduction:

Dans le précédent chapitre nous avons vu comment représenter les symétries d'un groupe ponctuel moléculaire par un ensemble de matrices dont le produit correspond à la composition des symétries. Notre but dans ce chapitre et dans le chapitre suivant est de trouver ces matrices en associant un groupe d'opérateurs linéaires, opérant sur un certain espace vectoriel de dimension \mathbf{n} , aux symétries du groupe ponctuel et en calculant l'effet de ces opérateurs sur les vecteurs de base de l'espace vectoriel et de montrer comment il est possible de classer et de caractériser toutes les représentations possibles d'un groupe. Cette classification conduit aux principales applications de la théorie des groupes à la mécanique quantique.

La classification des représentations peut apparaître, à première vue, comme une tâche impossible puisque nous pouvons considérer des espaces de toutes dimension, lors de la construction d'une représentation, et que, pour un espace donné, nous pouvons choisir entre plusieurs bases. Ainsi pour tout groupe, il est possible de construire des représentations de dimension arbitraire n, et même, n étant donné, il existe de nombreux ensembles de matrices distincts, représentant tous le groupe donné.

Pour classer les représentations, nous pouvons, tout d'abord, considérer que toutes les représentations, définies à partir d'un espace vectoriel donné, quel que soit le choix de sa base, sont équivalentes. En suite, nous pouvons essayer de prouver que toute représentation peut être décrite en fonction d'un petit nombre de représentation irréductible fondamentale. les représentations irréductibles des groupes ponctuels moléculaires peuvent être décrites et classées une fois pour toutes.

Cette classification est contenue dans la table des caractères du groupe et le résultat final de la théorie des représentations est un ensemble de règles simples pour l'utilisation de ces tables. Ainsi, les concepts clés de la théorie des représentations sont :

- _l'équivalence de deux représentation ;
- _ La notion de caractère d'une représentation ;
- _ La réduction d'une représentation en ses composantes irréductibles.

Caractères de la représentation:

La trace des représentations Γ est appelée le caractère de la représentation lors de symétrie . Nous allons voir par la suite que ces caractères sont souvent plus pratiques que les représentations elles-mêmes .les caractères ont les propriétés suivantes

Le caractère d'une opération de symétrie est invariant lors d'une transformation de similarité.

Les opérations de symétrie qui appartiennent à la même classe ont le même caractère dans une représentation.

II-2.Représentations réductibles et irréductibles:

On peut généraliser facilement l'idée que nous avons introduite précédemment sur un cas particulier :il est possible de choisir pour une représentation une base telle que ses matrices puissent s'exprimer comme somme directes de matrices appartenant à des représentations irréductibles . Supposons que Γ est une représentation de dimension n d'un groupe d'opérateurs O_R opérant sur les vecteurs d'un espace vectoriel V de dimension n .supposons, de plus, qu'en raison des propriétés liant les opérateurs O_R à l'espace V, il est possible de trouver dans V, une basse f_1, f_2, \ldots, f_n , telle que chacun des m premiers vecteurs de cette base soit transformé par tous les

opérateurs O_R , en une combinaison linéaire de ces m vecteurs; c'est-à-dire: supposons que pour tout R, il existe m vecteurs, tels que.

$$O_{R} \ f_{1} = [D(R)]_{11} \ f_{1} + \ldots + [D(R)]_{m \ 1} \ f_{m} + 0. \ f_{m+1} + \ldots + 0. \ f_{n},$$

$$O_{R} \ f_{2} = [D(R)]_{12} \ f_{1} + \ldots + [D(R)]_{m2} \ f_{m} + 0. \ f_{m+1} + \ldots + 0. \ f_{n},$$

$$O_{R} \ f_{m} = [D(R)]_{1m} \ f_{1} + \ldots + [D(R)]_{mm} \ f_{m} + 0. \ f_{m+1} + \ldots + 0. \ f_{n},$$

$$(II-1)$$

Si nous pouvons trouver une telle base, les M vecteurs f_1 , f_2 ,...... f_m de V définissent, eux-mêmes, un espace vectoriel V de dimension m , sousespace de l'espace initial V. tout vecteur de V est transformé par les opérateurs O_R en un vecteur de V .(On dit alors que V est un sous-espace stable de V.) Si nous nous limitons à considérer uniquement des bases ortho normales, comme nous sommes parfaitement en droit de le faire, les vecteurs de base restant f_{m+1}, \ldots, f_n de V engendrent un autre sous-espace ,V qui est de dimension n-m et tel que tout vecteur appartenant à V est orthogonal à tout vecteur de V Alors si f est un vecteur quelconque de V et f un vecteur quelconque de V ,leur produit scalaire doit être nul , (f,f)=0.Si, de plus ,les opérateurs O_R sont unitaires, $(O_R f, O_R f)=0.$ Mais selon l'hypothèse faite précédemment, $O_R f$ est un vecteur de V ; puisque f et par conséquent $O_R f$, sont des vecteurs quelconques de V , $O_R f$ est orthogonal à tout vecteur de V . $O_R f$ doit donc appartenir au sous-espace V et être une combinaison linéaire des vecteurs f_{m+1}, \ldots, f_n .

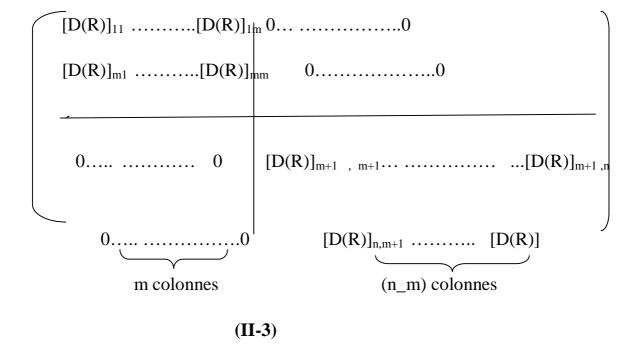
Si nous donnons successivement à f' les valeurs f $_{m+1},\ldots$, f n, nous obtiendrons un ensemble de relations faisant suite à (II-1) :

$$\begin{array}{c} O_{R} \; f_{m+1} \!\!=\!\! 0. \; f_{1} \!\!+\! \dots \!\!+\! 0. \; f_{m} \\ \\ \; \; + \; [D(R)]_{m+1} \; ,_{m+1} \; f_{m+1} \!\!+\! \dots \!\!+\! [D(R)]_{n,m+1} \; f_{n} \; , \\ \\ O_{R} \; f_{n} \!\!=\!\! 0. \; f_{1} \!\!+\! \dots \!\!+\! 0. \; f_{m} \\ \\ \; \; + \; [D(R)]_{m+1} \; ,_{n} \; f_{m+1} \!\!+\! \dots \!\!+\! [D(R)]_{n \; ,n} \; f_{n} \; , \end{array}$$

Si on peut trouver pour la représentation initiale Γ une base ortho normale qui puisse se subdiviser, de cette façon, en deux ensembles indépendants de vecteurs de base, nous dirons que Γ est une représentation réductible .Si une telle base n'existe pas, Γ est une représentation irréductible.

Si Γ est une représentation réductible, c'est-à-dire s'il est possible de trouve une base ortho normale pour laquelle on a les relations (II-2), alors, par rapport à cette base, toutes les matrices de Γ ont la même forme réduite :

rapport à cette base, toutes les matrices de Γ ont la même forme réduite :



Notons D'(R) la matrice m×m du coin supérieur gauche de D(R) et D'(R) la matrice (n-m)×(n-m) du coin inférieur droit de D(R).

D(R) est alors somme directe de D'(R) et D''(R) et nous pouvons écrire(2) sous la forme schématique

$$D(R) = \begin{pmatrix} D'(R) & 0 \\ 0 & D''(R) \end{pmatrix}$$

D'après la forme de $(1. \alpha-\beta)$ il est clair qu'aux deux sous-espaces stables de l'espace initial V, V' de base f_1, f_2, \ldots, f_m et V'' de base f_{m+1}, \ldots, f_n correspondent deux représentations indépendantes du groupe des opérateurs O_R . Nous avons une représentation Γ ' du groupe dans V' de matrices D'(R) et une représentation Γ '' dans V'' de matrices D''(R). Le lien entre la représentation initiale Γ et les pour trouver les règles de sélection qui régissent les transitions entre les états vibratoires ou électroniques de la molécule. Avant d'en arriver à ces applications, nous devons décrire les représentations irréductibles des groupes ponctuels moléculaires. Nous en tirerons des règles simples (fondées sur les caractères des représentations irréductibles) que nous permettront de décomposer toute représentation donnée en représentations irréductibles. [4]

II-2-1.Les représentations des différentes symétries par des matrices (3,3):

Les définitions des différentes symétries sont données sur une base géométrique essayons de donner une signifier mathématique aux différentes symétries. La représentation de matrice par de nombres (coordonnée) va dépendre de la base choisie.

On travaille tout d'abord dans l'espace physique à 3 dimensions.

- •Choix de la base $(0, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$
- •Choix l'origine ; l'origine est choisie de telle façon quelle soir in variantes pour toutes les symétries de la molécule

Quand j'applique R (symétrie) sur la molécule un point $p(x_1,x_2,x_3)$ est transformé en point $p'(x_1',x_2',x_3')$

$$RP = P'$$

Exemple:

La molécule NH₃ appartient on groupe C_{3v}

$$NH_3 \rightarrow C_{3v} \{E, C3, C3^{-1}, \sigma_a, \sigma_b, \sigma_c\}$$

• Les différentes symétries de la molécule NH₃

1. L'espace physique :

La base de l'espace physique $(0, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3})$

$$\begin{cases}
Ee = 1e + 0e + 0e \\
Ee = 0e + 1e + 0e \\
Ee = 0e + 0e + 1e
\end{cases}$$

$$E = \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1
\end{bmatrix}$$
(II-4)

$$\begin{cases} C\overrightarrow{e_1} = \cos\alpha \overrightarrow{e_1} + \sin\alpha \overrightarrow{e_2} + 0\overrightarrow{e_3} \\ C\overrightarrow{e_2} = -\sin\alpha \overrightarrow{e_1} + \cos\alpha \overrightarrow{e_2} + 0\overrightarrow{e_3} \\ C\overrightarrow{e_3} = 0\overrightarrow{e_1} + 0\overrightarrow{e_2} + 1\overrightarrow{e_3} \end{cases}$$

$$C_{3} = \begin{bmatrix} cos\alpha & -sin\alpha & 0 \\ siin\alpha & cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{avec: } C_{3} = \alpha = 2\pi/3, \ C_{3}^{-1} = -2\pi/3$$

Donc:
$$C_3 = \begin{bmatrix} -1/2 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 (II-5) $C_3^{-1} = \begin{bmatrix} -1/2 & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (II-6)

Pour le plan:

$$\begin{cases} C\overrightarrow{e_1} = \cos 2\beta \overrightarrow{e_1} + \sin 2\beta \overrightarrow{e_2} + 0\overrightarrow{e_3} \\ C\overrightarrow{e_2} = \sin 2\beta \overrightarrow{e_1} - \cos 2\beta \overrightarrow{e_2} + 0\overrightarrow{e_3} \\ C\overrightarrow{e_3} = 0\overrightarrow{e_1} + 0\overrightarrow{e_2} + 1\overrightarrow{e_3} \end{cases}$$

$$\sigma = \begin{bmatrix}
\cos 2\beta & \sin 2\beta & 0 \\
\sin 2\beta & -\cos 2\beta & 0 \\
0 & 0 & 1
\end{bmatrix} \text{ avec } : \begin{cases}
\sigma_a \to \beta = 0 \\
\sigma_b \to \beta = -\pi/3 \\
\sigma_c \to \beta = \pi/3
\end{cases}$$

Donc:
$$\sigma_{a} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{(II-7)} \qquad \sigma_{b} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{(II-8)}$$

Et
$$\sigma_{c} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0\\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 (II-9)

2. L'espace fonctionnelle :

Supposons que R=C (α) rotation de e₃ considérons la fonction :

P $(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{x_3}) = f(r) \frac{x}{r}$ ou r est la distance de l'origine au point (x, x, x) c'est une orbitale atomique p.

C (α) transforme $(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{x_3})$ en un point dont les coordonné $(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{x_3})$,

La rotation conservant les distances mesurées de l'origine donc r=r'

On a:
$$(O_R f) (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{x_3}) = f (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{x_3})$$

Quand l'operateur O_r correspondant à $C\left(\alpha\right)$ est applique aP_1 on une nouvelle fct O_rP_1

(OP)
$$(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{x_3}) = P(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{x_3})$$

On applique sur NH₃

• Pour C_{3V}:

On a
$$P_1 = f(r) \frac{\overrightarrow{x_{1'}}}{r}$$
, $P_2 = f(r) \frac{\overrightarrow{x_{2'}}}{r}$, $P_3 = f(r) \frac{\overrightarrow{x_{3'}}}{r}$

$$\begin{cases} x_1' = \cos\alpha x_1 - \sin\alpha x_2 + 0x_3 \\ x_2' = \sin\alpha x_1 + \cos\alpha x_2 + 0 x_3 \\ x_3' = 0x_1 + 0x_2 + 1x_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \cos\alpha x_1 + \sin\alpha x_2 + 0x_3 \\ x_2 = -\sin\alpha x_1 + \cos\alpha x_2 + 0 x_3 \\ x_3 = 0x_1 + 0x_2 + 1x_3 \end{cases}$$

$$O_{c3v} P(x_1', x2', x3') = P_1(x_1, x_2, x_3) = F(r) \frac{x_1}{r} = F(r) \frac{\cos \alpha x_1' + \sin \alpha x_2'}{r'}$$

=
$$cos\alpha F(r)'\frac{x'_1}{r'} + sin\alpha F(r)'\frac{x'_2}{r'}$$

$$P_1(x_1,x_2,x_3) = \cos\alpha F(r) \frac{x_1}{r} + \sin\alpha F(r) \frac{x_1}{r}$$

$$P_1(x_1,x_2,x_3) = \cos \alpha P1 + \sin \alpha P_2$$

$$O_{c3v} P(x_1', x_2', x_3') = P_2(x_1, x_2, x_3) = F(r) \frac{x_2'}{r} = F(r)' \frac{-\sin \alpha x_1' + \cos \alpha x_2'}{r'}$$

=
$$-\sin \alpha F(r)$$
, $\frac{x'_1}{r'} + \cos \alpha F(r)$, $\frac{x'_2}{r'}$

$$P_2(x_1,x_2,x_3) = -\sin \alpha F(r) \frac{x_1}{r} + \cos \alpha F(r) \frac{x_2}{r}$$

$$\mathbf{P_2}(\mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}, \mathbf{x_3}) = -\sin\alpha \mathbf{P_1} + \cos\alpha \mathbf{P_2}$$

$$O_{c3v} P(x_1',x_2',x_3') = P_3(x_1,x_2,x_3) = F(r) \frac{x_3}{r} = F(r) \frac{x_3'}{r}$$

$$P_3(x_1,x_2,x_3) = x_3 P$$

$$D(C_{3v}) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 (II-10)

avec $C_3 \Rightarrow \alpha = 2\pi/3$, $C_3^{-1} = -2\pi/3$

Donc:
$$C_3 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0\\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 (II-11) $C_3^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0\\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (II-12)

•Pour les σ_v : On fait les mêmes étapes qui sont déjà faites dans (C_{3v}) , puis on a trouvé les matrices suivantes :

$$D(\sigma v) = \begin{bmatrix} cos2\beta & sin2\beta & 0 \\ sin2\beta & -cos2\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ avec :} \begin{cases} \sigma_a \to \beta = 0 \\ \sigma_b \to \beta = -\pi/3 \\ \sigma_c \to \beta = \pi/3 \end{cases}$$

Donc:
$$\sigma_{a} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (II-13) \qquad \sigma_{b} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (II-14)$$

et
$$\sigma_{c} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0\\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 (II-15)

On considère le groupe C_{3v.}

Soit les bases des espaces vectoriels de démentions 3 suivantes:

base(p)
$$\begin{cases} P1 = f(r) & \frac{\overrightarrow{x_{1}}}{r} \\ P1 = f(r) & \frac{\overrightarrow{x_{1}}}{r} \\ P1 = f(r) & \frac{\overrightarrow{x_{1}}}{r} \end{cases}$$

Base (P')
$$\begin{cases} p'_{1} = \frac{1}{\sqrt{2}}P_{1} + \frac{i}{\sqrt{2}}P_{2} + 0P_{3} \\ P'_{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}P_{1} - \frac{i}{\sqrt{2}}P_{2} + 0P_{3} \\ P'_{3} = 0P_{1} + 0P_{2} + 1P_{3} \end{cases}$$

Base $(P) \rightarrow base (P')$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0\\ \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{-i}{\sqrt{2}} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = A^{-1} \quad (II-16) \qquad \qquad A = B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-i}{\sqrt{2}} & 0\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (II-17)$$

Soit le base de dimension 3 de l'espace physique de fini :

Base (e) \rightarrow base (d) on vérifier :

$$\begin{cases} \overrightarrow{d_2} = \overrightarrow{e_1} sin\lambda - \overrightarrow{e_2} cos\lambda \\ \overrightarrow{d_2} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{e_1} - \sqrt{3} \overrightarrow{e_2}) sin\lambda - \overrightarrow{e_3} cos\lambda \end{cases} \begin{cases} \overrightarrow{e_1} = \frac{-2 a_1 + a_2 + a_3}{3 sin\lambda} \\ \overrightarrow{e_2} = \frac{0 d_1 - d_2 + d_3}{\sqrt{3} sin\lambda} \\ \overrightarrow{e_3} = \frac{-d_1 - d_2 - d_3}{3 cos\lambda} \end{cases}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -a & \frac{a}{2} & \frac{a}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2}a & \frac{\sqrt{3}}{2}a \\ -b & -b & -b \end{bmatrix}$$
(II-18)
$$A = \begin{bmatrix} \frac{-2}{3a} & 0 & \frac{-1}{3b} \\ \frac{1}{3a} & \frac{-1}{3\sqrt{a}} & \frac{-1}{3b} \\ \frac{1}{3a} & \frac{1}{\sqrt{3a}} & \frac{-1}{3b} \end{bmatrix}$$
(II-19)

avec : $a=\sin\lambda$; $b=\cos\lambda$

Représentation de $C_{3v.}(P_1,P_2,P_3) \cdot (P_1,P_{-1},P_0), (d_1,d_2,d_3)$

En posent :
$$c = \frac{1}{2} s = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
 et $\varepsilon = -c - i s$ $\varepsilon^* = -c + i s$

R	Γ_1	Γ_2	Γ_3
E	[1 0 0] [0 1 0] [0 0 1]	[1 0 0] 0 1 0 0 0 1	[1 0 0] [0 1 0] [0 0 1]
C ₃	$\begin{bmatrix} -c & -s & 0 \\ s & -c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon^* & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	[0 1 0] 1 0 0 0 1 0]
C ₃ -1	$\begin{bmatrix} -c & s & 0 \\ -s & -c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \varepsilon^* & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
σ_{a}	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 - 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	[0 1 0] 1 0 0 0 0 1]	[1 0 0] [0 0 1] [0 1 0]
$\sigma_{\rm b}$	$\begin{bmatrix} -c & -s & 0 \\ -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & \varepsilon^* & 0 \\ \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
$\sigma_{\rm c}$	$\begin{bmatrix} -c & s & 0 \\ s & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & \varepsilon & 0 \\ \varepsilon^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Rappelle:

Représentation équivalents :

$$\mathbf{D}^{\mathbf{y}}(\mathbf{R}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{D}^{(\mathbf{f})}(\mathbf{R}) \mathbf{A}^{-1}$$

$$\mathbf{D}^{\mathbf{y}}(\mathbf{R}) \Rightarrow \Gamma^{\mathbf{Y}} \text{ ET } \mathbf{D}^{(\mathbf{f})}(\mathbf{R}) \Rightarrow \Gamma^{(\mathbf{f})} \text{ sont } \text{\'equivalents}$$

•On veut rechercher une représentation de C_{3V} dans la base (P_1,P_{-1},P_0) sachant qu'on connait la représentation Γ_1 de C_{3V} dans la base (P_1,P_2,P_3) et on connait la matrice A et $(A^{-1}=B)$

On utilise formule et ceci pour : $R = E_1C_3$; C_3^{-1} , σ_a , σ_b , σ_c

$$D^{y}(R) = A. D^{(f)}(R) A^{-1}$$

$$\mathbf{D}^{\mathbf{y}}(\mathbf{R}) \Rightarrow \Gamma^2 \operatorname{ET} \cdot \mathbf{D}^{(\mathbf{f})}(\mathbf{R}) \Rightarrow \Gamma^1$$

Pour $R = C_3$:

$$\mathbf{D}^{y}(\mathbf{C}_{3}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-i}{\sqrt{2}} & 0\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0\\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0\\ \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{-i}{\sqrt{2}} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Après les calcules mathématiques on a trouvé la matrice suivante :

$$\begin{bmatrix} \frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c - is & 0 & 0 \\ 0 & -c + is & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon^* & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(II-20)

Pour $R = C_3^{-1}$:

$$\mathbf{D}(\mathbf{C_3}^{-1}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-\mathrm{i}}{\sqrt{2}} & 0\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{\mathrm{i}}{\sqrt{2}} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0\\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0\\ \frac{\mathrm{i}}{\sqrt{2}} & -\frac{\mathrm{i}}{\sqrt{2}} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \varepsilon^* & 0 & 0\\ 0 & \varepsilon & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\mathbf{II-21})$$

On a fait le même calcule pour l'autre on a trouvé :

Pour $R = \sigma_a$:

$$\mathbf{D}(\sigma_{\mathbf{a}}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (\mathbf{II-22}) \qquad \qquad \mathbf{D}^{\mathbf{y}}(\sigma_{\mathbf{b}}) = \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon^* & 0 \\ \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (\mathbf{II-23})$$

$$\mathbf{D}^{\mathbf{y}}(\sigma_{\mathbf{c}}) = \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon & 0 \\ \varepsilon^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (\mathbf{II-24})$$

•On veut rechercher une représentation de C_{3V} dans la base, (d_1,d_2,d_3) sachant qu'on connait la représentation Γ_1 de C_{3V} dans la base (P_1,P_2,P_3) et on connait la matrice A et $(A^{-1}=B)$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -a & \frac{a}{2} & \frac{a}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2}a & \frac{\sqrt{3}}{2}a \\ -b & -b & -b \end{bmatrix} \qquad A = \begin{bmatrix} \frac{-2}{3a} & 0 & \frac{-1}{3b} \\ \frac{1}{3a} & \frac{-1}{3\sqrt{a}} & \frac{-1}{3b} \\ \frac{1}{3a} & \frac{1}{\sqrt{3a}} & \frac{-1}{3b} \end{bmatrix}$$

On utilise formule et ceci pour : $R = E, C_3$; C_3^{-1} , $\sigma_a, \sigma_b, \sigma_c$

$$\mathbf{D}^{\mathbf{y}}(\mathbf{R}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{D}^{(f)}(\mathbf{R}) \mathbf{A}^{-1}$$

 $\mathbf{D}(\mathbf{R}) \Rightarrow \Gamma^{3} \text{ ET } \cdot \mathbf{D}^{(f)}(\mathbf{R}) \Rightarrow \Gamma^{1}$

Pour $R = C_3$:

$$\mathbf{D}(\mathbf{C}_{3}) = \begin{bmatrix} \frac{-2}{3a} & 0 & \frac{-1}{3b} \\ \frac{1}{3a} & \frac{-1}{3\sqrt{a}} & \frac{-1}{3b} \\ \frac{1}{3a} & \frac{1}{\sqrt{3a}} & \frac{-1}{3b} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -a & \frac{a}{2} & \frac{a}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2}a & \frac{\sqrt{3}}{2}a \\ -b & -b & -b \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\mathbf{II-25})$$

Pour R=
$$C_3^{-1}$$
: $\mathbf{D} (C_3^{-1}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (II-26)

On fait le même calcule pour l'autre en trouve :

$$\mathbf{D}(\sigma_{a}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} (\mathbf{II-27}) \mathbf{D}(\sigma_{b}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} (\mathbf{II-28}) \mathbf{D}(\sigma_{c}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (\mathbf{II-29})$$

II-3. Représentations irréductibles du groupe T_d et table de caractères

Le groupe ponctuel de recouvrement de la molécule est le groupe T_d . Les opérations de symétries qui laissent inchangée la configuration de la molécule, mais permutent les Positions des protons dans le repère de la molécule, sont de 4 types :

- •Rotations propres de $2\pi/3$ ou $4\pi/3$ autour d'un axe : il existe 4 axes d'ordre 3 C_3 qui Correspondent aux diagonales du cube représenté **figure-II-1**
- •Rotations propres de π autour d'un axe : ces 3 axes C_2 correspondent aux axes du repère cartésien x, y et z indiqué sur la **figure-II-1**
- Rotations impropres $2\pi/4$ ou $6\pi/4$ autour d'un axe : ces 3 axes S_4 sont orientés dans les directions des axes x, y et z sur la **figure-II-1**
- Plans de symétrie: 6 plans σ_d perpendiculaires aux faces du cube et les coupant en Diagonale.

2 1 1 3

Figure-II-1 Numérotation des atomes d'hydrogène et orientation de la molécule de méthane dans le repère lié à la molécule.[5]

On peut faire une correspondance entre les opérations de symétrie du groupe ponctuel de T_d et les opérations du groupe de permutation inversion G24.

L'astérisque indique une inversion de l'ensemble des coordonnées.

La théorie des groupes montre que les vecteurs propres ro-vibroniques, décrivant l'état quantique de la molécule, forment une représentation réductible du groupe $\mathbf{T_d}$. On peut construire des matrices à partir de ces vecteurs qui sont des représentations des opérations de symétrie. Les relations obtenues en multipliant les opérations de symétrie entre elles, peuvent se retrouver en multipliant les matrices associées. On peut montrer qu'en effectuant les changements de base appropriés, on peut réduire la représentation en une somme de représentations dites irréductibles. La nouvelle base ainsi créée, appelée parfois « base symétrisée » a l'intérêt de pouvoir diagonaliser par bloc l'Hamiltonien associé à la molécule.

Les projections du moment dipolaire, du moment angulaire de la molécule dans le repère associé à la molécule ou dans le repère du laboratoire, forment également une base de représentation du groupe T_d. La symétrisation selon les représentations irréductibles est donc largement utilisée pour obtenir les moments de transition, pour déduire les règles de sélection des transitions autorisées ou pour définir les états quantiques de spin nucléaire à partir des états rovibrationnels.

La technique de calcul utilise la table de caractères II-1, qui donne pour chaque représentation irréductible la trace des matrices unitaires associées à chacun des éléments du groupe considéré (opération de symétrie spatiale ou opération de permutation dans le cas de l'isomorphisme $G24 = T_d$). Dans le cas du groupe T_d , il existe 5 représentations irréductibles nommées A1, A2, E, F1 et F2 qui sont souvent appelées « symétries », par abus de langage.

Tableau-II-1 Table des caractères du groupe ponctuel $T_d[6]$

t _d	Е	8C ₃	3C ₂	6S ₄	$6\sigma_{ m d}$
A_1	1	1	1	1	1
A_2	1	1	1	-1	-1
Е	2	-1	2	0	0
F_1	3	0	-1	1	-1
F ₂	3	0	-1	-1	1

Les coordonnées normales de vibrations et leur type de symétrie de la molécule tétraédrique $(t_{\rm d})$ CH₄.

	E	8C ₃	3 C ₂ '	6 S ₄	$6\sigma_{\rm d}$
$n_{\rm r}$	5	2	1	1	3
χR	3	0	-1	-1	1
Γ _{vib}	9	0	1	-1	3

Tableau-II-2.L'analyse de $\Gamma_{\ vib}$

 $\mathbf{n}_{\mathbf{r}}$: nombre d'atomes non déplacés par la symétrie R.

 $\chi_R\,$: caractère correspondant à la symétrie R.

 Γ_{vib} : caractère de la représentation réductible vibrationnelle.

AVEC:

 $E=C(2\pi)$, $\sigma=S(2\pi)$, $I=S(\pi)$.

 $\chi_{\mathbf{R}}=1+2\cos\alpha$ pour R=C(α).

 $\chi_{\mathbf{R}} = -1 + 2\cos\alpha$ pour $\mathbf{R} = \mathbf{S}(\alpha)$.

 $\Gamma_{vib} = (n_r-2)*X_r \text{ si } R : c(\alpha).$

 $\Gamma_{vib} = n_r *X \text{ si } R : S(\alpha).$

Les symétries de \mathbf{T}_d laissent toutes le noyau de carbone invariant mais déplacent un nombre variable de protons de leur position d'équilibre. Les classes de \mathbf{T}_d sont : E pour lequel $n_r=5$;les rotations C_3 autour des diagonales du cube qui ne laissent qu'un proton H en sa position initiale et pour lesquelles $n_r=2$; les rotations C_2 autour des axe d'ordre 2 qui déplacement tous les protons H en et pour lesquelles $n_r=1$; les rotations impropre S_4 autour des mêmes axes pour lesquelles $n_r=1$; les symétries σ_h par rapport aux plans contenant deux liaisons \mathbf{CH} qui laissent deux protons invariants et pour lesquelles $n_r=3$.

Les neuf coordonnées de vibration correspondent à quatre fréquences fondamentales différents: Une fréquence non dégénérée de type A_1 , une fréquence doublement dégénérée de type E, et deux fréquence trois fois t dégénérée avec la même de type de symétrie F_2 .[4]

Théorème:03

Formule de réduction donnant $\,a_n$, nombre de fois où apparaît la 2ième RI dans la réduction d'une RR

$$\mathbf{a}_{n} = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^{k} g_{i} k \chi_{i}^{(\mu)} \chi_{i}^{\Gamma}$$

g est l'ordre du groupe

g rest le nombre d'éléments (l'ordre) de la 2ième classe d'opérations

 $\chi_i^{(\mu)}$ Est le caractère de la matrice des opérateurs Ok de cette classe dans la RI χ_i^Γ Est le caractère de la matrice du ou des opérateur(s) de cette classe k dans la RR

La Fig-II- 2 visualise l'utilisation de cette <u>formule</u> : les g_Isont lus dans la ligne supérieure de la table de caractères (en jaune) ; les $\chi_i^{(\mu)}$ sont lus dans la ligne (en bleu) de la table donnant la ième

RI ; les χ_i^{Γ} (en violet) doivent avoir été calculés dans chaque cas particulier.

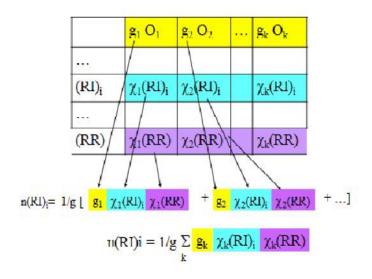


Figure-II- 2. Détails de la formule de réduction

Exemple: réduction de la représentation de t_d de ¹²CH₄

$t_{\rm d}$	Е	8 C ₃	3 C ₂	6 S ₄	$6\sigma_{\rm d}$
A_1	1	1	1	1	1
A_2	1	1	1	-1	-1
Е	2	-1	2	0	0
F ₁	3	0	-1	1	-1
F_2	3	0	-1	-1	1
$\chi_{\mathrm{i}}^{\Gamma}$	9	0	1	-1	3

Tableau-II-3. Table de caractères du groupe T_d.

$$a(A1) = \frac{1}{24} (1 \times 9 \times 1 + 8 \times 0 \times 1 + 3 \times 1 \times 1 + 6 \times -1 \times 1 + 6 \times 3 \times 1) = 1$$

$$a(A_2) = \frac{1}{24} (1 \times 9 \times 1 + 8 \times 0 \times 1 + 3 \times 1 \times 1 + 6 \times -1 \times 1 + 6 \times 3 \times -1) = 0$$

$$a(E) = \frac{1}{24} (1 \times 9 \times 2 + 8 \times 0 \times -1 + 3 \times 1 \times 2 + 6 \times -1 \times 0 + 6 \times 3 \times 0) = 1$$

$$a(F_1) = \frac{1}{24} (1 \times 9 \times 3 + 8 \times 0 \times 0 + 3 \times 1 \times -1 + 6 \times -1 \times 1 + 6 \times 3 \times -1) = 0$$

$$a(F_2) = \frac{1}{24} (1 \times 9 \times 3 + 8 \times 0 \times 0 + 3 \times 1 \times -1 + 6 \times -1 \times -1 + 6 \times 3 \times 1) = 2$$

Ce qui signifie que notre base se décompose en, quatre modes de vibration :

Le premier mode de dimension 1 et de symétrie A_1 , le deuxième mode de dimension 2 et de symétrie E, le troisième et quatrième mode de dimension 3 et de symétrie F_2 .

II-4. Modes normaux de vibration du méthane

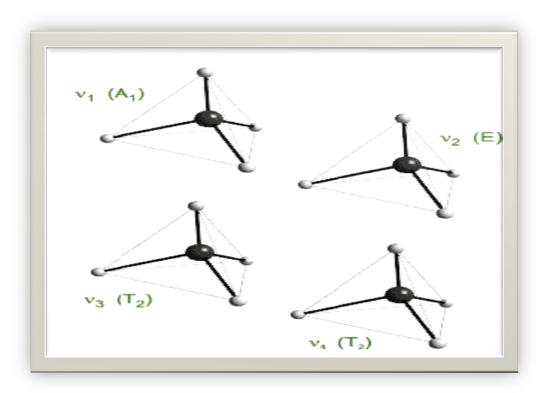
La molécule de méthane est une molécule constituée d'un atome de carbone et de quatre protons, avec une distance à l'équilibre de la liaison A $^{\circ}r(C-H) = 1,086 \pm 0,001$ A. Elle possède donc cinq atomes et a d = 3N - 6 = 9 degrés de

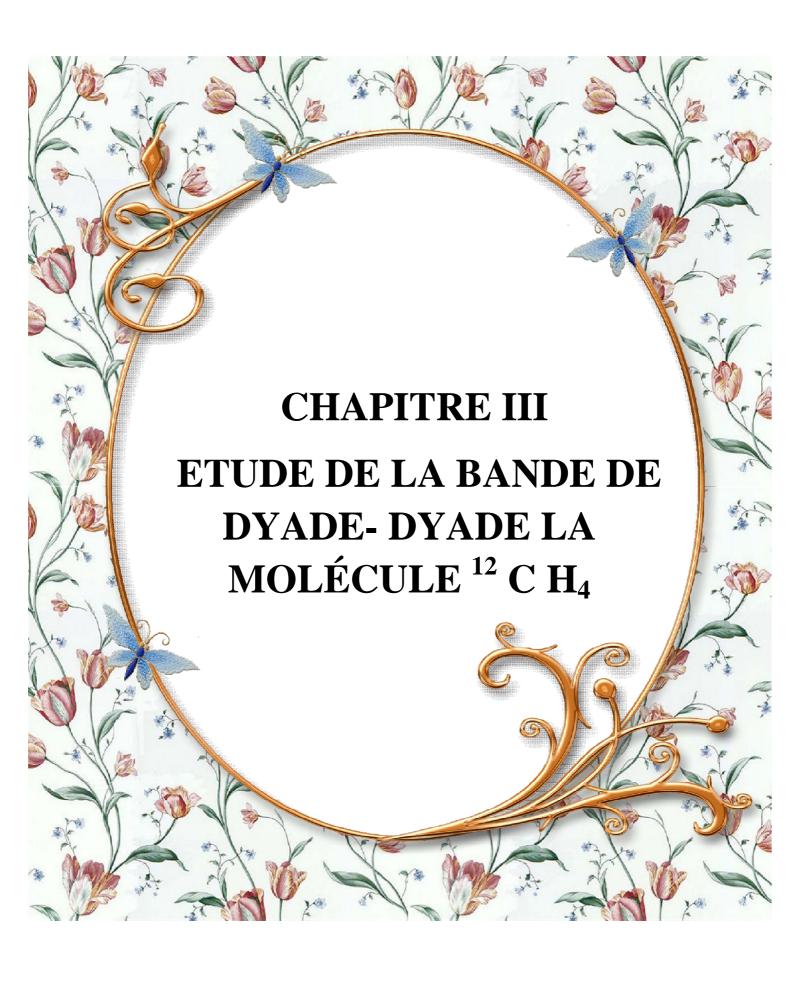
liberté. Ces degrés de liberté se répartissent en 4 modes normaux, dont deux sont dégénérés :

- Le mode d'élongation symétrique des liaisons C-H, $v_1 = 2916,50$ cm ⁻¹, actif en Raman, non dégénéré et de symétrie A_1 .
- Le mode d'élongation asymétrique des liaisons C-H, $v_3 = 3019,5$ cm⁻¹, actif en Infrarouge, triplement dégénéré et de symétrie F_2 .
- •Le mode de pliage asymétrique des angles H-C-H, v $_2$ = 1533,33 cm $^{-1}$, actif en Raman ,v $_2$ = 1533,33 cm $^{-1}$, actif en Raman, doublement dégénéré et de symétrie E
- •Le mode de pliage symétrique des angles H-C-H, $v_4 = 1310.8 \text{ cm}^{-1}$, actif en Infrarouge, triplement dégénéré et de symétrie F_2 . [7]

	$\mathbf{v_1}$	v ₂	\mathbf{v}_3	v_4
symétrie	A_1	Е	F_2	F_2
Actifs	Raman	Raman	Infrarouge	Infrarouge

Figure-II-3.les modes normaux de vibrations de molécule ¹²CH₄





III-Etude de la bande dyade-dyade de la molécule¹² CH₄:

III -1Utilisation du logiciel XTDS dans le calcul du spectre de la bande dyade dyade de la molécule ^{12CH4}:

1. Création de scripts avec XTDS :

XTDS permet d'exécuter des tâches différentes. Ces tâches sont groupées dans des onglets différents. Un des onglets les plus importants est l'onglet "Créâtes à job" (voir Figure III-1). Il permet à l'utilisateur de choisir le logiciel (C2vTDS, C4vTDS, D2hTDS, HTDS ou STDS) et le type de script à créer. Celui-ci peut être:

- "Paramètre File Création Job" : pour commencer un nouveau projet en créant un fichier de paramètre "blanc" (c'est-à-dire avec la liste correcte pour le problème à étudier, mais avec tout le jeu de valeurs mises à zéro),
 - "Level Job" : pour calculer les niveaux d'énergie pour une polyade donnée,
 - "Spectrum Job" : pour calculer un spectre,
- "Simulation Job" : pour simuler un spectre de transmission, d'absorption ou Raman,
- "Fit Job" : pour l'ajustement des paramètres de l'hamiltonien c'est-à-dire faire une analyse.[8]



Figure III-1. Ongle céate ajob de XTDS

Avec SPVIEW, on peut charger n'importe quel spectre simulé ou expérimental. Le spectre de la dyade de la molécule ^{12CH4} et chargé avec Spview.

- Notons, qu'avec SPVIEW on peut zoomer le spectre, et le visualiser dans n'importe qu'elle région.
- Déplacer le spectre si nécessaire suivant les fréquences ou suivant les intensités.

Toutes ces fonctionnalités sont nécessaires pendant toutes les étapes du travail

III-2.Paramètres de l'Hamiltonien

Afin d'étudier les transitions et les intensités rovibrationnelles, on utilise un modèle théorique basé sur le formalisme tensoriel et sur les méthodes d'extrapolation développées à Dijon.

Considérons une molécule XY_4 ou les niveaux vibrationnels sont regroupés en séries de poliades désignés par P_k (k=0, 1,2,3....n.).

 P_0 niveau de base (GS).

P₁ niveau dyade.

L'Hamiltonien d'une telle molécule prend la forme

$$H = H_{\{P_0 = GS\}} + H_{\{P_1\}} + H_{\{P_2\}} +H_{\{P_n\}}$$

Où $H_{\{P_i\}}$ s'écrit comme une combinaison linéaire des opérateurs rovibrationnel

$$H_{\{P_k\}} = \sum_{\substack{\text{tous les} \\ \text{indices}}} t \, {\binom{\Omega(k, n\Gamma)\Gamma_1\Gamma_2}{\{n_s\}\{m_s\}}} \times T_{\{n_s\}\{m_s\}}^{\Omega(k, n\Gamma)\Gamma_1\Gamma_2}$$

Dans l'équation les $t \binom{\Omega}{\{n_s\}\{m_s\}} \Gamma_1 \Gamma_2$ sont les paramètres de l'hamiltonien et les $T \binom{\Omega}{\{n_s\}\{m_s\}} \Gamma_1 \Gamma_2$ sont les opérateurs rovibrationnels définis par

$$T_{\{n_s\}\{m_s\}}^{\Omega(k,n\Gamma)\Gamma_1\Gamma_2} = B\left(R^{\Omega(k,n\Gamma)} \otimes {}^{\varepsilon}V_{\{n_s\}\{m_s\}}^{\Gamma_1\Gamma_2\Gamma}\right)$$

Où les opérateurs T rovibrationnels sont obtenus par couplage entre les opérateurs rotationnels $R^{\Omega(k_g,n\Gamma)}$ de degré Ω et de symétrie Γ et les opérateurs vibrationnels $V_{\{n_s\}\{m_s\}}^{\Gamma_1\Gamma_2\Gamma}$

Tandis que B est un facteur numérique égal à

$$B = \begin{cases} \sqrt{\Gamma_1} \left(\frac{-\sqrt{3}}{4} \right)^{\frac{\Omega}{2}} & pour \ (k, n \ \Gamma) = (0, n \ A_1) \\ 1 & pour \ (k, n \ \Gamma) \neq (0, n \ A_1) \end{cases}$$

III-3. Calcul de spectre dyade-dyade de la molécule ¹²CH₄:

III-3-1 .Paramètres de l'Hamiltonien

En utilise les 72 Paramètres T déjà calculés dans une étude ultérieure qui sont donnée dans le tableau suivant :

	Ω(k, nΓ)						Value cm-1	St. dev. cm-1
123456789101123145678910112334567891011233456789101123345678910112334567891011233456789101123345678910112334567891011233456789101123333345678910112334567891011233456789101123345678910112334567891011233456789101123333345678910112334567891011233456789101123345678910112333334567891011233456789101123345678910112334567891011233456789101123345678910112334567891011233456789101123345678910112334567891011233456789101123345678910112333345667891011233456789101123345678910112333345667891011233456789101123333456678910112334567891011233334566789101123345678910112334567891011233334567891011233456789101123333456678910112334567891011233334566789101123345678910112333345667891011233456789101123345678910112333345678910112334567891011233456789101123345678910112334567891011233334566789101123345678910112345678910112000000000000000000000000000000000	Ω(k, nΓ) 2(0, 0A1) 4(0, 0A1) 6(0, 0A1) 6(0, 0A1) 8(0, 0A1) 8(0, 0A1) 8(6, 0A1) 8(8, 0A1) 2(0, 0A1) 2(0, 0A1) 8(6, 0A1) 8(6, 0A1) 8(6, 0A1) 12(1, 0A1) 12(2, 0A1) 13(3, 0A1) 14(4, 0A1) 15(0, 0A1) 16(0, 0A1) 16(0000A1 0000A1 0000A1 0000A1 0000A1 0000A1 0000A1 0000A1 0100E 0001F2	0000A1 0000A1 0000A1 0000A1 0000A1 0000A1 0000A1 0000A1 0000A1 0100E 010OE 010OE 010OE 010OE 010OE 010OE 010OE 010OE 010OE 010OE 0001F2	AAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA	2 4 4 6 6 6 8 8 8 8 2 2 2 2 3 3 4 4 4 4 5 5 5 5 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	42 57 19 27 146 34 44 1365 136 136 147 19 27 42 68 110 545 43 140 20 20 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21	Value cm-1 0. 52410400364E+01 -0. 11097203627E-03 -0. 30360696781E-05 0. 61992337402E-08 -0. 16778243566E-09 -0. 61631320695E-10 -0. 33348749873E-12 -0. 84963721532E-14 -0. 49835639525E-15 0. 153333326350E+04 -0. 84055969576E-02 -0. 33960353156E-01 -0. 11104036454E-03 -0. 68295536023E-05 -0. 17860356643E-05 0. 20465068066E-05 -0. 92626259244E-06 -0. 34583904349E-07 -0. 51331851176E-08 -0. 49364015020E-09 -0. 38474913270E-09 0. 00000000000E+00 0. 13314472972E-09 0. 00000000000E+00 0. 97482301452E+01 -0. 43313541183E-01 -0. 96313816796E-04 0. 32626673338E-03 0. 10113331810E-03 -0. 28943210577E-05 -0. 10915930241E-05 0. 78168587118E-06 -0. 30129256048E-07 0. 29162118376E-07 0. 43949054746E-07 0. 2925253903147E-07 0. 39421678242E-07 0. 00000000000E+00 0. 50789273631E-09 0. 29644177515E-09 0. 00000000000E+00 0. 50789273631E-09 0. 29858033539E-09 -0. 38495299637E-09 0. 13107612676E+04 0. 10355901058E+02 0. 0000000000E+00 -0. 11351631005E-01 -0. 26066943485E-01 0. 39927529707E-03 0. 18119517517E-05 0. 16326897802E-05 -0. 49421751930E-05 -0. 49421751930E-05 -0. 18168827715E-05 0. 00000000000E+00 -0. 13558305E-07 0. 14375583852E-07 0. 00000000000E+00 -0. 48374530150E-07 0. 14375583852E-07 0. 38282751097E-08 0. 47738961128E-09 0. 24933924874E-09 0. 00000000000E+00 -0. 56257670509E-09 -0. 14681783395E-09	\$t. dev. cm-1 0. 1934127E-05 0. 1579160E-07 0. 5140264E-10 0. 5177428E-10 0. 2057645E-12 0. 3979449E-13 0. 5756466E-13 0. 2054509E-15 0. 6277496E-16 0. 2014365E-16 0. 4272661E-04 0. 1402834E-05 0. 1092041E-04 0. 3232709E-05 0. 1385022E-06 0. 7447368E-07 0. 4351226E-07 0. 6771440E-07 0. 9419855E-09 0. 1988303E-09 0. 3565678E-10 0. 10000000E+00 0. 1252892E-10 0. 0000000E+00 0. 5657976E-04 0. 2695114E-03 0. 4197584E-05 0. 4340939E-05 0. 3004604E-05 0. 6438144E-07 0. 7722363E-07 0. 6907455E-07 0. 1800887E-08 0. 1222690E-08 0. 1449671E-08 0. 1032144E-08 0. 1032144E-08 0. 1258651E-08 0. 1032144E-08 0. 1258651E-08 0. 1032144E-08 0. 1371041E-10 0. 3574832E-04 0. 9314426E-05 0. 4646681E-05 0. 9477570E-05 0. 464667E-07 0. 3813253E-07 0. 185962E-10 0. 1371041E-10 0. 3574832E-04 0. 9314426E-05 0. 9477570E-05 0. 4646681E-05 0. 9477570E-05 0. 4646681E-05 0. 9140667E-07 0. 1371041E-10 0. 3574832E-04 0. 9314426E-05 0. 9140667E-07 0. 1371041E-10 0. 13506E-08 0. 1719814E-09 0. 1013506E-08 0. 1719814E-09 0. 3951194E-10 0. 1036449E-10 0. 1036449E-10 0. 1036449E-10 0. 1036449E-10 0. 2516085E-10 0. 1094664E-10

Tableau III-1. Paramètres de l'hmiltonien relatifs à la molécule 12 \mathbf{CH}_4

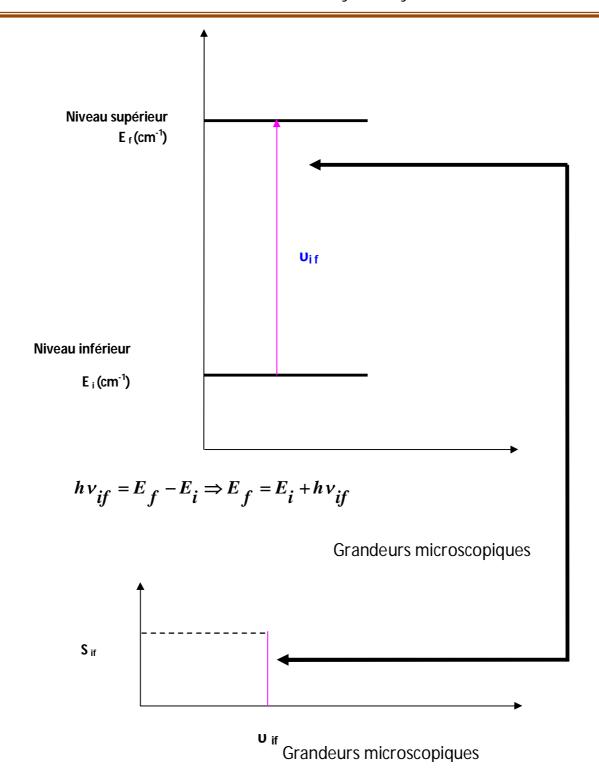
Les paramètres en question sont reportés dans le tableau (III-1).

Les différentes colonnes du tableau (III-1) représentent :

- •La première colonne (i) permet de différencier et d'indicer les paramètres \mathbf{t} , c'est-à-dire chaque ensemble $i = \{\Omega, k, n, \Gamma, \Gamma_1, \Gamma_2, n_s, m_s\}$ est représenté par une valeur de i, ceci est utile dans la programmation.
- •La deuxième colonne représente les différentes caractéristiques Rovibrationnelles Ω (k, n Γ) permettent la construction des opérateurs vibrationnels
- La troisième colonne représente les caractéristiques rovibrationnelles qui permettent la construction des opérateurs rovibrationnells
- La quatrième colonne représente les valeurs en cm⁻¹ des paramètres t de l'Hamiltonien déterminés avec 1296 donnes expérimentales
- La cinquième colonne donne les précisions avec lesquels sont déterminés ces paramètres.
- Les niveaux inférieurs et supérieurs obéissent aux règles de sélection rovibrationnelles (rotationnelles ΔJ = -1, 0, +1(vibrationnelles $E \leftrightarrow E$, $F_2 \leftrightarrow F_2$,

 $A_1 \leftrightarrow A_1$), qui permettent de calculer les fréquences du spectre.

Pour mieux comprendre la relation entre les valeurs microscopiques (E_i et E_f) et les valeurs macroscopiques (spectre , v_{if} , S_{if}), nous allons illustré sur la **figure (III-1)**



<u>Figure</u> III 1: comparaison entre les grandeurs microscopiques et macroscopiques

III-3-2. Spectre calculé:

Avec les 72 permettre de l'hamiltonien, et on utilise le logiciel XTDS, on calcule le spectre rovibrationelle de la bande dyade-dayde et ceci dans les conditions suivant:

Pour J
$$_{max}$$
=24; avec un seuil: S $_{seuil}$ =0.10×10⁻⁶cm⁻².atm⁻¹

Les intensités sont calculées aux températures de vibration et de rotation $T_{vib} \!\!=\!\! 300 K \text{ et à } T_{rot} \!\!=\!\! 300 K$

- -Nombre de transitions calculé : 24772 transitions
- -la première Transition se situe à : 0.044110 cm⁻¹
- la dernière Transition se situe à : 599.95235 cm⁻¹
- la transition la plus intense se situe à :154.525361cm⁻¹

Dans le tableau suivant on donne un extrait du spectre calculé

Tableau III-2.Extrait du tableau du spectre rovibrationnel relatif à ¹²CH₄

Fréquence(cm-1)	Intensité (cm ⁻² .atm ⁻¹)		j"	C «	n"	#	Vib "	j	С	N		vib	Lower energy(cm ⁻¹)
207.206557	4.45E-07	Р	1	E	1	2	100%	0	E	1	1	100%	1326.126078
15.060028	4.06E-08	R	0	F2	1	2	100%	1	F1	1	2	100%	1310.761268
233.289736	4.48E-07	R	0	F2	1	2	100%	1	F1	2	1	100%	1310.761268
9.525189	1.23E-08	Q	1	F2	1	2	100%	1	F1	1	2	100%	1316.296107
227.754897	3.14E-07	Q	1	F2	1	2	100%	1	F1	2	1	100%	1316.296107
216.742611	1.66E-08	Р	2	F2	1	2	100%	1	F1	2	1	100%	1327.308392
192.224548	1.09E-06	Р	2	F2	2	2	100%	1	F1	2	1	100%	1351.826456
218.106131	1.00E-06	Q	1	F1	1	2	100%	1	F2	2	1	100%	1325.821296
206.778312	2.65E-07	Р	2	F1	1	2	100%	1	F2	2	1	100%	1337.149116
192.593872	6.30E-07	Р	2	F1	2	2	100%	1	F2	2	1	100%	1351.333556
39.259959	1.32E-06	R	1	A2	1	2	100%	2	A1	1	2	99%	1311.431140
254.271231	1.87E-06	R	1	A2	1	2	100%	2	A1	2	1	99%	1311.431140
0.740457	8.17E-14	Q	2	A2	1	1	100%	2	A1	2	1	99%	1564.961914
177.471029	2.58E-06	Р	3	A2	1	2	100%	2	A1	2	1	99%	1388.231342
214.270815	3.46E-06	Q	2	A1	1	2	99%	2	A2	1	1	100%	1350.691099
195.944045	1.38E-06	Р	3	A1	1	2	100%	2	A2	1	1	100%	1369.017869
10.752961	9.96E-09	R	1	E	1	2	100%	2	E	1	2	100%	1326.126078
239.139075	4.38E-07	R	1	E	1	2	100%	2	E	2	1	100%	1326.126078
228.386114	6.40E-07	Q	2	E	1	2	100%	2	E	2	1	100%	1336.879039
211.669320	5.25E-08	Р	3	E	1	2	100%	2	E	2	1	100%	1353.595833

Première colonne :la fréquence de la raie(cm⁻¹). Cette valeur est calculée par le programme inclus dans le logiciel XTDS ,toute en respectant les règles de sélections rovibrationnelles

$$hv_{if} = E_f - E_i$$

La valeur de E $_{\rm i}$ (ou E $_{\rm f}$) est calculée par la formule H= Σ tT après diagonalisation de la matrice de l'Hamiltonien.

Deuxième colonne : l'intensité de la raie qui se calcule avec le même programme .ces intensités sont donnée en cm⁻² .atm⁻¹.

Troisième colonne : la branche de la raie.

Si
$$\Delta J=J_{sup}-J_{inf.}=-1$$
 la branche est P

Si
$$\Delta J=J_{sup}-J_{inf.}=0$$
 la branche est Q

Si
$$\Delta J=J_{sup}-J_{inf.}=+1$$
 la branche est R

Nous signalons que seulement ces trois branches interviennent dans les transitions infrarouges ,tandis qu'en Raman ,d'autres règles de sélection rotationnelles s'ajoutent (ΔJ =-2,-1,0,1,2) ,et l'opérateur intervenant dans l'écriture de l'intensité rovibrationnelles est l'opérateur polarisabilité au lieu du moment dipolaire .

Quatrième colonne (respectivement neuvième colonne): la valeur du nombre quantique rotationnel du niveau inférieur $J_{inf.}$ (Respectivement la valeur du nombre quantique rationnel du niveau supérieur J_{sup}

Cinquième colonne (dixième colonne): la symétrie du niveau inférieur respectivement du niveau supérieur

Sixième et septième colonne (respectivement onzième et douzième colonne) : des Nombres quantiques qui permettent de différencier entre les niveaux différents ayant la même symétrie et même nombre quantique rationnel J et appartenant à la même branche

Huitième (respectivement **treizième**) : le pourcentage du niveau vibrationnel dans la polyade

Quatorzième colonne : le niveau inférieur (de base)

Pour mieux comprendre la relation entre les spectres numériques et le spectre graphique (naturel). Nous avons illustré par la figure III- 2

CHAPITER III Etude De La Bande De Dyade- Dyade La Molécule 12 C H₄

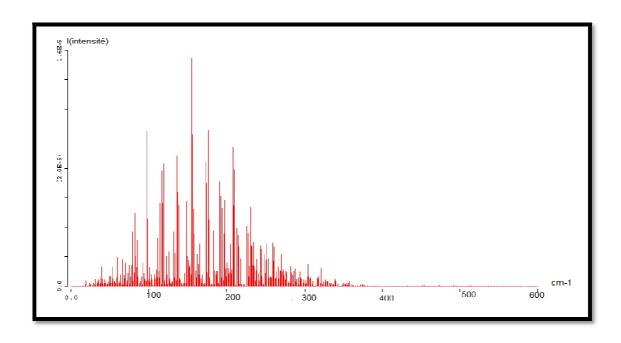
Frequency cm ⁻¹	Intensity						Vib						Lower Energycm-1
	cm-2.atm-1		j"	C «	n »	#	»	J	С	n		vib	
207.206557	4.45E-07	Р											1326.126078
													1020.120070
							100					100	
			1	Ε	1	2	%	0	E	1	1	%	
\	^		A		1			∮ ,	, ₹	1			^
1 1 1					ì								
\ \ !			Ì	\ \	Ì		A_{i}	1 1	<i>'</i>				
	\							1					
				1			1 /						
207.206557 cm ⁻¹													
				١ ١	0,C=E, n=1	1	4.451	0 ⁻⁷		_/			
Ę.	_{inf =} 1326.1 cm ⁻¹			y	=1,C"=E, n	″=1 -	A			儿			

Figure III- 2 : relation entre spectre numérique et spectre graphique

Dans les quatre figures suivantes on donne le spectre total et trois régions différentes :

III-4. Visualisation du spectre simulé par le logiciel XTDS :

- Le spectre total s'étale entre [0 cm⁻¹ et 600 cm⁻¹]

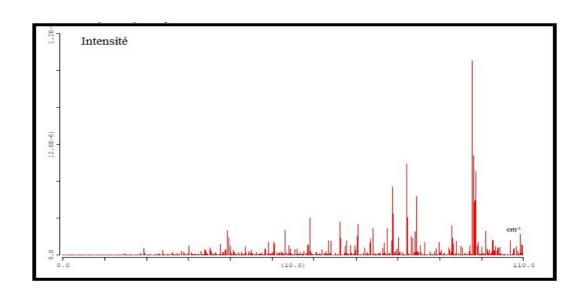


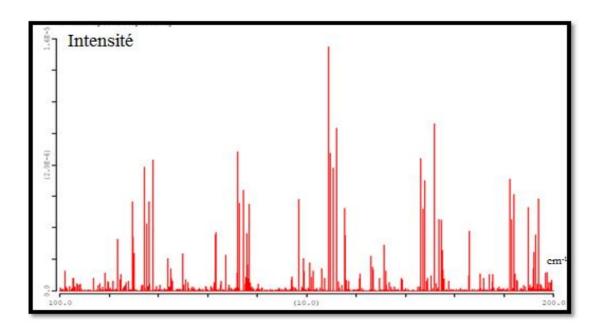
Dans les 3 figures on donne extraits du spectre :

Le 1^{eme} s'étend entre [0 cm⁻¹ et 110 cm⁻¹]

Le 2^{eme} s'étend entre [110 cm $^{-1}$ et 200 cm $^{-1}$]

Le 3^{eme} s'étend entre [200 cm⁻¹ et 600 cm⁻¹]





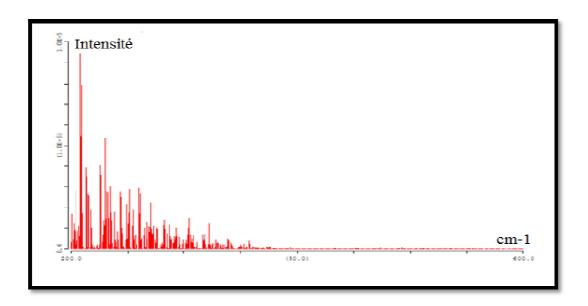


Figure III-3. Les spectres calculés de la molécule ¹²CH₄

III-5. Visualisation du diagramme energitique:

Cette figure représente les niveaux d'énergie en fonction du nombre quantique rotationnel J. J $_{\text{max}}$ =24.

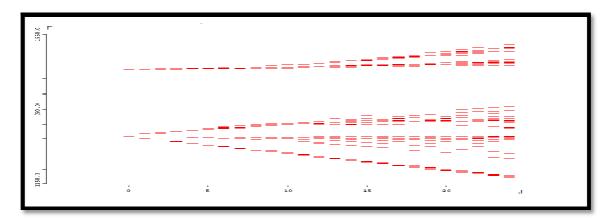
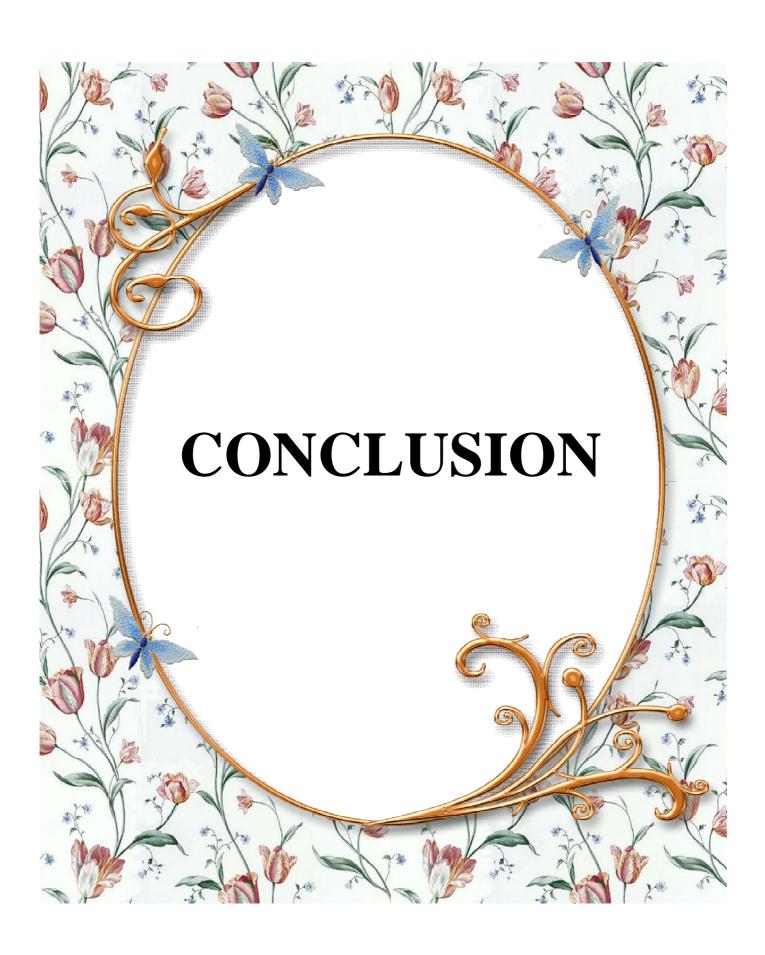


Figure III-4.diagramme énergétique de la molécule ¹²CH₄

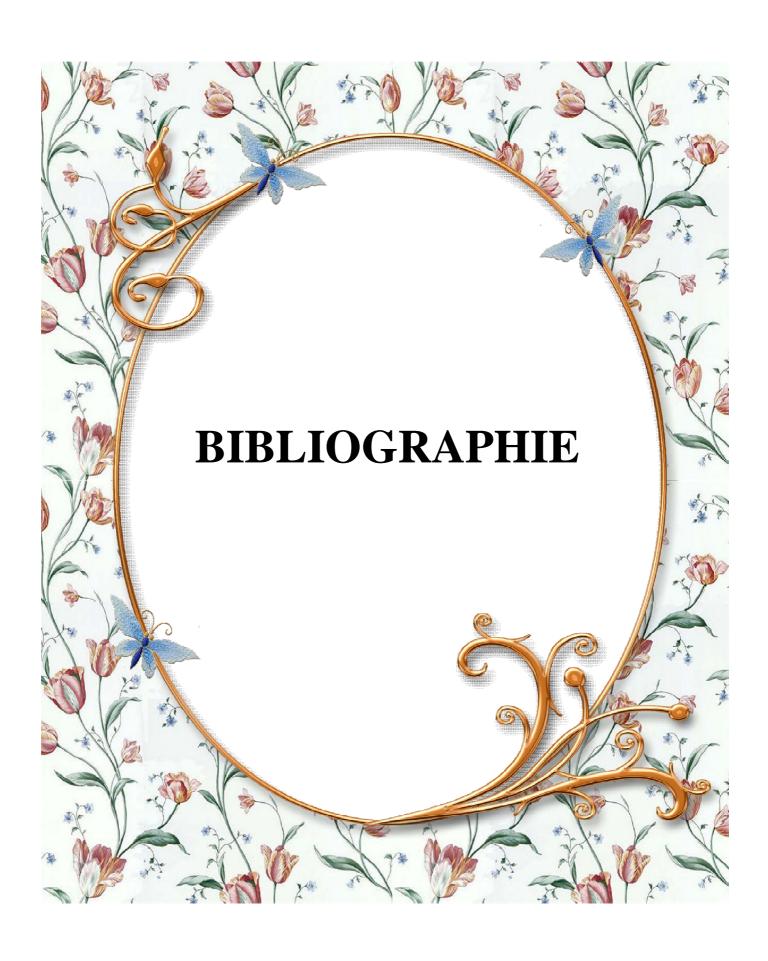


Conclusion

Le traitement systématique de la symétrie est appelé théorie des groupes, la théorie des groupes est un sujet riche et puissant, mais nous limiterons pour le moment son utilisation à la classification des molécules, l'application de cette théorie à la molécule (12CH4) qui appartient au groupe T_d permet d'énumérer les R.I contenues dans une représentation réductible et de trouver la table de caractère de ce groupe. En construisant les orbitales moléculaires et en analysant les vibrations moléculaires et leurs règle de sélection.

Les vibrations moléculaires sont de petites déformations périodiques par rapport à la géométrie d'équilibre des molécules, leur excitation par les rayonnements IR est le fondement de la spectroscopie IR et leur excitation par des collisions non élastiques avec des photons du domaine visible et ultraviolet est le fondement de la spectroscopie Raman .L 'interprétation spectres IR et Raman est nettement simplifiée par la prise en compte de la symétrie de la molécule.

Notre travail est une étude préliminaire de la bande dyade-dyade de la molécule (¹²CH₄) qui utilise les logiciels XTDS et SPEVIEW et qui permettent de calculer les paramètres de l'Hamiltonien et le spectre de la molécule.



Bibliographie

- [1] Symétrie moléculaire, théorie des groupes applications aux petites molécules HUBERT KLEIN ,2008.
- [2] Introduction à la spectroscopie moléculaire Dr. KASSAR.W.
- [3] Théorie des groupes et spectroscopies université MOHAMMED V-AGDAL .PR .N.EL JOUHARI.
- [4]Introduction à la théorie des groupes et a ses applications a la chimie DS .SCHONLANDE -la symétrie moléculaire.
- [5] J.T.HOUGEN, MTP International reviews of science, physical chemistry, edited by D.A.RAMSAY (Butterworth, London, 1976)3(1976)75.
- [6] R.POILBLANE and CRASNIER, spectroscopies infrarouge et Raman, EDPSCIENCES, 2006.
- [7] G.HERBERG, Molecular spectra and molecular structure .I. spectra of diatomic molecules, D .Van No strand compa guy, Inc, Princeton, New Jersey, 1967.
- [8] Thèse présenté par MAXIM SANZHAROV université de Bourgogne.