

*République Algérienne Démocratique et Populaire*

*Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique*



*Université Dr Moulay Tahar -Saida-  
Faculté des Sciences et de la Technologie*



*Département de Physique*

*Mémoire de fin d'étude présenté pour l'obtention d'un diplôme de Licence.*

*Option : Physique de solide*

*Thème :*

***L'effet Doppler***

*Par l'étudiant :*

*-Chahed Abdelhak*

*Soutenance prévue le 25 /05/2015 devant le jury :*

*-M. Smail Kouidri                      MC (Université de Saïda)                      Encadreur*

*-M. Djedid Ahmed                      MC (Université de Saïda)                      examinateur*

*-M. hachemaoui Malika                      MC (Université de Saïda)                      examinateur*

***ANNÉE UNIVERSITAIRE :***

***2014/2015***

## **Remerciements**

*En préambule à cette mémoire Nous tenons à remercier ALLAH qui m'aide et me donne la patience et le courage pour réaliser ce modeste travail.*

*Nous tenons surtout à remercier :*

*M. Smail Kouidri, pour ses remarques pertinentes, son optimisme, sa confiance et ses encouragements.*

*Nous souhaite adresser mes remerciements les plus sincères aux personnes qui ont apporté leur aide et qui ont contribué à l'élaboration de ce mémoire ainsi qu'à la réussite de cette formidable année universitaire.*

*Ces remerciements vont tout d'abord au corps professoral et administratif du département de physique, pour la richesse et la qualité de leur enseignement et qui déploient de grands efforts pour assurer à leurs étudiants une formation actualisée.*

*Enfin. Nous adressons nos plus sincères remerciements à tous nos proches et amis, qui nous ont toujours soutenue et encouragée au cours de la réalisation de cette mémoire.*

*Enfin, nous remercions vivement nos très chers parents qui ont fait de nous ce que nous sommes et à qui nous devons notre réussite.*

*Merci à tous et à toutes.*

**ABDELHAK**

## ***Dédicace***

*Je dédie ce mémoire :*

*A mon père*

*A ma mère qui m'a éclairée mon chemin et qui m'a encouragé et soutenue toute au long de mes études*

*A mes frères*

*A mes sœurs*

*A mon encadreur, pour son soutien aux moments difficiles de mon travail et surtout pour sa patience.*

# **Introduction**

# ***Introduction***

---

## **Introduction Générale**

La physique des matériaux s'est développée tout au long du XXIème siècle, d'une façon spectaculaire en donnant naissance à des avancées technologiques. Ces avancées ont permis de comprendre et de prévoir toutes les propriétés des atomes d'un point de vue signal. La détermination de la nature des signaux via les transformées de Fourier se repose généralement sur la nature de l'étude du signal comme première étape et sur la détermination des fréquences suivant qu'on s'approche ou on s'éloigne de l'émetteur.

Plusieurs formalismes ont été établis dans le but de déterminer et de prévoir l'expression de la fréquence. Dans ce travail nous allons nous concentrer à déterminer la vitesse du son du clackson de la voiture généralement une ambulance (sirène).

Le but de ce travail de License est de calculer comme première étape les fréquences appropriées suivant que l'observateur soit situé proche de la source ou loin de la source.

Le deuxième chapitre est consacré à nous familiariser à l'étude du traitement du signal en se basant sur les signaux de Fourier.

Le dernier chapitre représente la partie la plus laborieuse de notre travail où on applique tous l'outil théorique déjà vu au chapitre précédent à la détermination des fréquences en étudiant comme exemple le radar.

Finalement on terminera ce mémoire par une conclusion.

**Chapitre 01**  
**Traitement du signal**

## Introduction

Le traitement du signal est une discipline indispensable de nos jours. Il a pour objet l'élaboration ou l'interprétation des signaux porteurs d'informations. Son but est donc de réussir à extraire un maximum d'information utile sur un signal perturbé par des bruits en s'appuyant sur des ressources de l'électronique et de l'informatique.

## Signal

Un signal est la représentation physique de l'information, qu'il convoie de sa source à son destinataire, la description mathématique des signaux est l'objectif de la théorie du signal, elle offre les moyens d'analyser, de concevoir et de caractériser des systèmes de traitement de l'information.

## Bruit

Un bruit correspond à tout phénomène perturbateur gênant la transmission ou l'interprétation d'un signal.

## Représentation fréquentielle

On a pour habitude de décrire les signaux en fonction de la variable temporelle  $t$  car notre perception des phénomènes physiques nous y incite. En physique la connaissance des propriétés spectrales d'un signal est primordiale ainsi on utilise souvent une représentation en fonction de la fréquence pour caractériser un signal ou un système les outils de traitement des signaux nous aident dans cette tâche.

## Traitement du signal analogique

La décomposition en série de Fourier permet d'évaluer un signal comme étant une somme des fonctions sinus et cosinus. Son utilisation nous permettra de passer facilement du domaine temporel au domaine fréquentiel [Dirichlet] :

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \right) \quad (\text{I-1})$$

Cette écriture nous amène à utiliser la notation de Dirac :

$$|\Psi\rangle = \sum a_n |\cos_i\rangle + b_n |\sin_i\rangle \quad (\text{I-2})$$

Avec

$$a_n = \langle \cos | \Psi \rangle = \frac{1}{T} \int \cos \omega x \Psi(x) dx$$

$$b_n = \langle \sin | \Psi \rangle = \frac{1}{T} \int \sin \omega x \Psi(x) dx$$

## Transformation de Fourier

C'est une généralisation de la décomposition de série de Fourier à tous les signaux déterministes elle permet d'obtenir une représentation en fréquence (représentation spectrale) de ces signaux, Elle exprime la répartition fréquentielle de l'amplitude, de la phase et de l'énergie (ou de la puissance) des signaux considérés.

La transformée de Fourier d'un signal déterministe est définie par :

$$\begin{aligned} f(k) &= \int f(t) e^{-ikt} dt \\ f(t) &= \int f(k) e^{ikt} dk \end{aligned} \quad (\text{I-3})$$

Qui s'écrit en notation de Dirac comme

$$\langle FT, \varphi \rangle = \langle T, F\varphi \rangle = \int f(t) e^{-ikt} dt \quad (\text{I-4})$$

Son transformée inverse est

$$\langle \bar{F}T, \varphi \rangle = \langle T, F^{-1}\varphi \rangle = \int f(k) e^{ikt} dk \quad (\text{I-5})$$

## Egalité de Parseval

Du fait que le produit scalaire est un invariant par toute transformation alors on en déduit l'égalité suivante

$$\int |f(t)|^2 dt = \int |f(k)|^2 dk$$

$$\langle f, f \rangle_t = \langle f, f \rangle_k \quad (\text{I-6})$$

Qui est nommé égalité de Parseval

## Convolution

Le produit de convolution d'un signal  $f(t)$  par un autre  $h(t)$  est donné par :

$$h(t) * f(t) = \int h(t - k)f(k)dk \quad (\text{I-7})$$

## Notation de Dirac

$$\begin{aligned} \langle h_t * f_t, \varphi \rangle &= \langle f_t \langle h_k, \varphi \rangle \rangle \\ &= \int h(t - k)f(k)dk \end{aligned}$$

Le signal de sortie d'un système linéaire causal invariant dans le temps est donné par le produit de convolution du signal d'entrée et d'une fonction  $h(t)$  appelée réponse impulsion elle.

La valeur du signal de sortie à l'instant  $t$  est ainsi obtenue par la sommation des valeurs passés du signal d'excitation, pondérées par la réponse du système [1]

## Transformée de Fourier

$$\begin{aligned} \text{TF}[h(t) * f(t)] &= \int [\int f(k)h(t - k)dk]e^{-ikt} \\ &= f(k)h(k) \end{aligned} \quad (\text{I-8})$$

## Notation de Dirac

$$\begin{aligned} \langle T_{h*f}, \varphi \rangle &= \int [\int f(k)h(t - k)dk]e^{-ikt} \\ \langle T_{h*f}, \varphi \rangle &= \langle T_f \langle T_h, \varphi(t + k) \rangle \end{aligned}$$

## Notion de Filtrage

Le filtrage est une forme de traitement de signal qui modifie le spectre de fréquence et/ou la phase du signal présent en entrée du filtre et donc par conséquent sa forme temporelle il peut s'agir sont :

- D'éliminer ou d'affaiblir des fréquences parasites indésirables
- D'isoler dans un signal complexe la ou les bandes de fréquence utiles

On classe les filtres en deux grandes familles :

- Les filtres numériques réalisés à partir de structure intégrée micro programmable (DSP)
- Les filtres analogiques réalisés à partir de composants passifs (résistance inductance condensateur) ou actifs (AII).

## Numérisation

L'importance des systèmes numériques de traitement de l'information ne cesse de croître (radio, télévision, téléphone, instrumentation .....). Ce choix est souvent justifié par des avantages techniques tels que la grande stabilité des paramètres, une excellente reproductibilité des résultats et des fonctionnalités accrues. Le monde extérieur étant par nature « analogique », une opération préliminaire de conversion analogique numérique est nécessaire, la conversion analogique numérique est la succession de trois effets sur le signal analogique de départ :

- L'échantillonnage pour rendre le signal discret
- La quantification pour associer à chaque
- Le codage pour associer un code à chaque valeur.

## Echantillonnage

L'échantillonnage consiste à prélever à des instants précis. Le plus souvent équidistants, les valeurs instantanées d'un signal, le signal analogique  $f(t)$ , continu dans le temps est alors représenté par un ensemble de valeur discrète :

$$f(t) = f(nT)$$

Cette opération est réalisée par un échantillonneur souvent symbolisé par un interrupteur.

## Quantification

La quantification consiste à associer à une valeur réelle  $x$  quelconque, une autre valeur  $x_q$  appartenant à un ensemble fini de valeur et ce suivant une certaine loi : arrondi supérieur arrondi le plus proche

L'écart entre chaque valeur  $x_q$  est appelé pas de quantification.

Le fait d'arrondir la valeur de départ entraîne forcément une erreur de quantification que l'on appelle le bruit de quantification.

## Impulsion de Dirac

L'impulsion de Dirac correspond à une fonction porte dont la largeur  $T$  tendrait vers 0 et dont l'aire est égale 1

$\delta(t)$  Ne peut être représentée graphiquement

## Remarque

Un signal physique  $g(t)$  correspondant au passage d'un état (1) vers un état (2) pourra être considéré comme une impulsion chaque fois que son temps de montée  $t_m$  sera négligeable devant les autres temps mis en jeu dans le circuit il en est de même pour un échelon.

## Peigne de Dirac

On appelle peigne de Dirac une succession périodique d'impulsions

De Dirac

$$\delta(t) = \sum \delta(t - kt) \quad (\text{I-10})$$

$T$  est la période du peigne

Cette suite est parfois appelée train d'impulsions ou fonction d'échantillonnage.

Ce type de signal est principalement utilisé en échantillonnage [2]

**Transformée de Fourier d'un peigne de Dirac**

$$\langle F(\delta), \varphi \rangle = \langle \delta, F(\varphi) \rangle \quad (\text{I-11})$$

**Transformée inverse**

$$\langle F^{-1}(\delta), \varphi \rangle = \langle \delta, F^{-1}(\varphi) \rangle \quad (\text{I-12})$$

**Transformée de Laplace d'un peigne de Dirac**

$$\langle \delta, e^{-pt} \rangle = 0$$

$$\langle \delta_a, e^{-pt} \rangle = e^{-pa}$$

$$\langle \delta^n, e^{-pt} \rangle = p^n$$

**Transformation de Laplace**

La transformation de Laplace est une sorte de généralisation de la transformation de Fourier qui permet parfois d'éviter d'utiliser les distributions lorsqu'une fonction n'admet pas de transformée de Fourier.

Si  $f(t)$  désigne une fonction à valeur réelle ou complexe de la variable réelle  $t$  définie sur le domaine et nulle pour ; on appelle transformée de Laplace de  $f(t)$  la fonction :

$$\begin{aligned} Lf(t) &= F(p) \quad (\text{I-13}) \\ &= \int f(t)e^{-pt} dt \\ &= \langle f, e^{-pt} \rangle \end{aligned}$$

**Transformée inverse**

La transformée de Laplace inverse unilatérale  $f(t)$  d'une fonction  $F(p)$  est définie par :

$$L^{-1}F(p) = f(t) \\ = \frac{1}{2\pi i} \int F(p) e^{pt} dp \quad (I-14)$$

Ou le chemin d'intégration peut être choisi quelconque dans le plan complexe à condition de rester dans le domaine de convergence de  $F(p)$ .

En pratique, comme les transformées  $F(p)$  de la plupart des signaux usuels sont des fractions rationnelles, il suffit de les décomposer en fractions simples et d'utiliser la propriété de linéarité de la transformée de Laplace. le développement qui suit est la base du calcul opérationnel et porte le nom de développement d'Heaviside [3]

### Traitement du signal numérique

Le traitement numérique de l'information apporte de nombreux avantages techniques ainsi qu'une flexibilité accrue dans beaucoup de domaine le traitement du signal par transformée de Fourier pose cependant un certain nombre de problème en effet un ordinateur ne peut traiter que des signaux numériques ceux-ci sont obtenus après un échantillonnage et une quantification leur étude devra tenir compte des effets induits sur le spectre par ces deux techniques de plus un calcul de transformée de Fourier est une somme d'une infinité d'échantillons le temps nécessaire ainsi que la mémoire de l'ordinateur vont forcément emmener certaines contraintes à ce niveau.

### Transformée de Fourier d'un signal discret

Un signal discret est défini par une suite d'échantillons espacés entre eux d'une période  $T$  la transformée de Fourier appliquée à un signal discret devient donc :

$$X(k) = \sum X(t) e^{-ikt} dt \quad (I-15)$$

Si cette série converge la transformée de Fourier inverse est définie par :

$$X(t) = \frac{1}{T} \int X(k) e^{ikt} dk \quad (I-16)$$

## Fenêtrage

Avec un ordinateur il est impossible de calculer la transformée de Fourier d'un signal discret en effet il faudrait un temps et une mémoire infinis pour ces raisons on est toujours amené à travailler avec un nombre fini de points  $N$ , cela revient à dire que les signaux exploités numériquement sont toujours une troncation de signaux réels.

On construira donc un signal tronqué  $X_T(t)$ , il résulte de la multiplication des échantillons de  $X(t)$  par une fenêtre d'analyse (ou encore fenêtre de troncature) qui limitera  $X_T(t)$ , à  $N$  échantillons en pratique on calcul donc [1]

$$X_T(f) = \int X_T(t)e^{-ikt} dt \quad (\text{I-17})$$

# **Chapitre 02**

## **Traitement de Fourier**

**Traitement de Fourier**

L'effet Doppler est le décalage de fréquence d'une onde (généralement acoustique ou électromagnétique) entre la mesure à la réception lorsque la distance entre l'émetteur et le récepteur varie au cours du temps. On l'observe tous les jours sans s'en rendre compte. Par exemple le son d'une voiture est plus aigu quand celle-ci se rapproche de nous et plus grave quand elle s'éloigne de nous,

La description du phénomène est bien décrite dans la référence

Une personne est debout dans l'eau, au bord du rivage, des vagues lui arrivent sur les pieds toutes les dix secondes, si la personne marche puis court en direction du large : elle va à la rencontre des vagues celles-ci l'atteignent avec une fréquence plus élevée (par exemple toutes les huit secondes, puis toutes les cinq secondes).

Si maintenant la personne fait des demi-tour et marche puis court en direction de la plage : les vagues l'atteignent avec une fréquence moins élevée, par exemple toutes les douze, puis quinze secondes [4]

**L'effet Doppler**

Soit une onde électromagnétique ou mécanique se déplaçant à la vitesse  $V$  onde émise par l'émetteur avec une fréquence  $f_e$  et perçu par le récepteur avec une fréquence  $f$  différente de celle émise. On l'appellera  $f_r$ , cette différence de fréquence traduit le fait que l'émetteur ou le récepteur est en mouvement grâce à l'effet Doppler, on va pouvoir calculer la vitesse de l'émetteur ou du récepteur en mouvement. Pour calculer la vitesse avec l'effet Doppler, on utilisera la formule suivante :

$$V_{\text{déplacement}} = \frac{\Delta f}{f_e} \quad (\text{II-1})$$

Avec :

$$\Delta f = |f_r - f_e| \quad (\text{II-2})$$

On dit que l'effet Doppler fonctionne avec tous types d'ondes et suite à la connaissance de la variation de fréquence on peut trouver la vitesse de déplacement.

On parle d'effet Doppler pour les ondes sonores et d'effet Doppler-Fizeau pour les ondes électromagnétiques (dont la lumière fait partie) [5]

### **Correspondance ondes sonores/lumineuses**

On peut faire identification entre les ondes sonores et les ondes lumineuses en expliquant tout simplement que c'est le même effet qui allonge les ondes quand la source se rapproche, qu'elle émette des ondes sonores ou lumineuses.

### **Découverte de Fizeau**

Fizeau est un physicien qui a fait plusieurs travaux sur les ondes lumineuses il a pu entre autres mesurer la vitesse de la lumière mais le plus intéressant est se que Fizeau à découvert :

Soit un corps noir allant à une vitesse  $v$  Fizeau a déduit de ses travaux qu'il devait exister un décalage des raies d'absorption qui dépend de la vitesse, on admettra que la vitesse  $v_{\text{déplacement}}$  est calculable par la même formule que celle utilisée dans l'effet Doppler, étant donné que les ondes sonores sont semblables aux ondes lumineuses.

### **Effets Doppler-Fizeau**

Étant donné que les ondes sonores et lumineuses ont les mêmes propriétés et que la découverte de Fizeau et l'effet Doppler sont similaires en certains points on peut utiliser cet effet pour mesurer la vitesse d'une étoile en utilisant les ondes lumineuses [6]

### **Effet Doppler classique**

Il faut distinguer deux types d'effets Doppler classique car il existe un référentiel privilégié dans lequel la vitesse du signal est isotrope et est notée  $c$ , c'est par exemple le référentiel dans lequel le milieu porteur d'une onde mécanique (comme l'air pour le son).

Dans le premier cas, le récepteur est immobile dans ce référentiel et la source en mouvement : dans le second cas, c'est le récepteur qui bouge et la source qui reste immobile.

On peut comprendre qualitativement la différence entre les deux cas, quelle que soit la vitesse de la source, lorsqu'elle envoie un signal dans le milieu porteur ce signal se propage à la vitesse  $c$  et sera finalement capté par le détecteur en revanche si c'est le détecteur qui se déplace il peut bouger tellement vite que le signal envoyé par la source ne parviendra pas à le rattraper [7]

## Effet du mouvement de la source

### Première analyse simple

Considérons un observateur fixe placé à l'origine du repère et une source émettant un signal périodique de période  $T_0^S$ . On suppose que la source se déplace avec une vitesse  $v_0$  suivant l'axe  $x$ .

La source émet un bip à l'instant  $t_0$

Au moment de l'émission la source est à une distance  $d_0$  du détecteur le signal est donc capté en :

$$t'_0 = t_0 + \frac{d_0}{c} \quad (\text{II-3})$$

La source émet un second bip à l'instant

$$t_1 = t_0 + T_0^S \quad (\text{II-4})$$

Au moment de cette second émission la source est à une distance  $d_1$  du détecteur le signal est donc capté en

$$t'_1 = t_1 + \frac{d_1}{c} \quad (\text{II-5})$$

La période mesurée par le détecteur est alors donné par

$$T_0^c = t'_1 - t'_0 = T_0^S + \frac{d_1 - d_0}{c} \quad (\text{II-6})$$

En notant  $\theta$  l'angle entre  $\vec{cs}(t_0)$  et  $\vec{u}_x$  à l'instant  $t_0$  on trouve les expressions suivantes :

$$d_0 = \|\vec{cs}(t_0)\| \quad (\text{II-7})$$

$$\begin{aligned}
d_1 &= \|\vec{cS}(t_1)\| \\
&= \|\vec{cS}(t_0) + v_0 T_0^S \vec{u}_x\| \\
&= \sqrt{d_0^2 + (v_0 T_0^S)^2 + 2v_0 T_0^S \vec{cS}(t_0) \vec{u}_x} = d_0 + v_0 T_0^S \cos \theta \quad (\text{II-8})
\end{aligned}$$

On en déduit donc la relation

$$T_0^c = T_0^S \left(1 + \frac{v_0}{c} \cos \theta\right) \quad (\text{II-9})$$

### Second analyse : effet Doppler instantané

On considère que la source émet un signal  $s_c(t) = S_0 \cos(2\pi \mathbf{v}_e t)$  qui se propage dans toutes les directions à la vitesse  $c$  dans le référentiel du capteur

Le capteur mesure un signal  $s_c(t) = S_0 \cos(\varphi(t))$  en négligeant la diminution d'amplitude de l'onde

Le signal mesuré à l'instant  $t$  a été émis par la source à l'instant  $t'$  tel que

$$t = t' + \frac{CM(t')}{c} \quad (\text{II-10})$$

En considérons

$$\begin{aligned}
CM(t') &= CM(t) + \left. \frac{dCM}{dt} \right|_{t'} (t' - t) \\
&= CM(t) + v \cos \theta (t' - t) \quad (\text{II-11})
\end{aligned}$$

On obtient l'expression

$$t' = t - \frac{CM(t)}{c + v \cos \theta} \quad (\text{II-12})$$

On a donc

$$s_c(t) = S_0 \cos \left( 2\pi \mathbf{v}_e \left( t - \frac{CM(t)}{c + v \cos \theta} \right) \right) \quad (\text{II-13})$$

Soit

$$\varphi(t) = 2\pi \mathbf{v}_e \left( t - \frac{CM(t)}{c + v \cos \theta} \right) \quad (\text{II-14})$$

La fréquence instantanée du signal est donnée au premier ordre par

$$\begin{aligned}
 \nu(t) &= \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} \\
 &= \nu_e \left(1 - \frac{1}{c+v\cos\theta} \frac{dCM}{dt}\right) \\
 &= \nu_e \left(1 - \frac{v\cos\theta}{c+v\cos\theta}\right) \quad (\text{II-15})
 \end{aligned}$$

En on déduit l'expression de l'effet Doppler :

$$\nu^C = \frac{\nu^S}{1 + \frac{v\cos\theta}{c}} \quad (\text{II-16})$$

Donc :

$$T^C = \left(1 + \frac{v}{c} v\cos\theta\right) T^S \quad (\text{II-17})$$

## Effet du au mouvement du détecteur

### Première analyse simple

Considérons une source S fixe placée à l'origine du repère émettant un signal périodique de période  $T_0^S$  et un observateur C qui se déplace avec une vitesse constante  $v_0$  suivant l'axe x on note  $d_0$  la distance initiale entre la source et le détecteur

La source émet un bip à l'instant  $t_0$

Le signal est donc capté en  $t'_0$  tel que

$$(t'_0 - t_0)c = SC(t'_0) \quad (\text{II-18})$$

Donc :

$$t'_0 = t_0 + \frac{SC(t'_0)}{c} \quad (\text{II-19})$$

La source émet un second bip à l'instant  $t_1$

$$t_1 = t_0 + T_0^S \quad (\text{II-20})$$

Le signal est donc capté en  $t'_1$  tel que

$$(t'_1 - t_1)c = SC(t'_1) \quad (\text{II-21})$$

Donc :

$$t'_1 = t_1 + \frac{SC(t'_1)}{c}$$

La période mesurée par le détecteur est alors donnée par

$$\begin{aligned} T_0^c &= t'_1 - t_1 \\ &= T_0^s + \frac{SC(t'_1) - SC(t_0)}{c} \end{aligned} \quad (\text{II-22})$$

En utilisant le développement au premier ordre

$$SC(t'_0) = SC(t_0) + \left. \frac{dSM}{dt} \right|_{t_0} (t'_0 - t_0)$$

Et

$$SC(t'_1) = SC(t_0) + \left. \frac{dSM}{dt} \right|_{t_0} (t'_1 - t_0) \quad (\text{II-23})$$

On a alors

$$\begin{aligned} T_0^c &= t'_1 - t'_0 \\ &= T_0^s + \frac{SC(t'_1) - SC(t'_0)}{c} \\ &= T_0^s + \frac{|SC(t_0) + (t'_1 - t_0)v \cos \theta|}{c} - \frac{|SC(t_0) + (t'_0 - t_0)v \cos \theta|}{c} \\ &= T_0^s + \frac{v \cos \theta}{c} (t'_1 - t'_0) \\ &= T_0^s + \frac{v \cos \theta}{c} \end{aligned}$$

D'où

$$T_0^c = \frac{T_0^s}{1 - \frac{v \cos \theta}{c}} \quad (\text{II-24})$$

## Lien entre les deux descriptions

Le principe de relativité impose l'invariance des lois par changement de référentiel on doit donc pouvoir trouver une formulation de l'effet Doppler indépendante du référentiel

Pour cela plaçons nous dans le référentiel dans lequel le milieu de propagation du signal au repos je dans lequel le signal se propage de manière isotrope à la célérité  $c$  on note  $v_s$  la vitesse d'éloignement de la source et  $v_c$  celle du capteur toutes deux mesurées dans ce référentiel

Les analyses précédentes permettent alors de trouver l'expression de la période mesurée par le capteur  $T_0^c$  en fonction de celle envoyée par la source  $T_0^s$  de leurs vitesses respectives dans le référentiel d'étude  $R$  et de la célérité du signal dans le même référentiel :

$$T_0^c = \frac{1 + \frac{v_s}{c}}{1 - \frac{v_c}{c}} T_0^s \quad (\text{II-25})$$

## Dans le référentiel du capteur

On change de référentiel  $R \rightarrow R^c$  ou  $R^s$  est en transition rectiligne uniforme à la vitesse  $v_c$  dans  $R$  la loi de composition classique des vitesses donne

$$v_c \rightarrow v_c^c = v_c - v_c = 0$$

$$v_s \rightarrow v_s^c = v_s + v_c$$

$$c \rightarrow c^c = c - v_c$$

Dans ce référentiel le capteur est immobile et la source en mouvement on doit donc retrouver la formule

Et en effet on trouve bien

$$\frac{1 + \frac{v_s}{c}}{1 - \frac{v_c}{c}} = \frac{c + v_s}{c - v_c} = \frac{c - v_c + v_c + v_s}{c - v_c + v_c - v_c} = 1 + \frac{v_s^c}{c^c} \quad (\text{II-26})$$

### Dans le référentiel de la source

En effectuant le changement de référentiel  $R \rightarrow R^s$  ou  $R^s$  est en translation rectiligne uniforme à la vitesse  $v_c$  dans  $R$

Limite  $v \ll c$

Il est à noter que si la vitesse d'éloignement de la source par rapport au capteur est négligeable devant la célérité du signal les deux situations précédentes donnent le même résultat ou premier ordre en  $\frac{v}{c}$  :

$$\left(1 - \frac{v}{c}\right)^{-1} = 1 + \frac{v}{c} \quad (\text{II-27})$$

### Effet Doppler en relativité restreinte

On considère un rayon lumineux de quadri vecteur d'onde  $\widehat{k}_R = \left[\omega_R \overrightarrow{k}_R\right]$  dans son référentiel  $R$  d'émission le faisceau est observé dans un référentiel  $R'$  en mouvement rectiligne uniforme à la vitesse  $\overrightarrow{v}_0$  par rapport au référentiel  $R$  en application la transformation de Lorentz correspondante au quadrivecteur d'onde  $K$  on obtient

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{R'}}{c} &= \gamma \left( \frac{\omega_R}{c} - \beta k_R \right) \\ k_{R'} &= \gamma \left( k_R - \beta \frac{\omega_R}{c} \right) \\ \overrightarrow{k_{R'\perp}} &= \overrightarrow{k_{R\perp}} \end{aligned} \quad (\text{II-28})$$

Avec

$$\beta = \frac{v_0}{c}$$

Et

$$\gamma = (1 + \beta^2)^{-1/2}$$

## Effet Doppler longitudinale

Si la source se déplace dans la même direction que le faisceau lumineux se propage le

$$(\mathbf{k}_R \parallel \mathbf{v}_0 = \overrightarrow{k}_R \overrightarrow{v}_0 = k_R v_0) \quad (\text{II-29})$$

Alors la transformation donne

$$\omega_{R'} = \gamma(\omega_R - \beta c k_R) \quad (\text{II-30})$$

Comme la normalisation du quadrivecteur  $\widehat{k}_R \cdot \widehat{k}_R = 0$

Donne

$$\omega_R^2 = k_R^2 c^2 \quad (\text{II-31})$$

On obtient avec

$$T_0^c = \frac{2\pi}{\omega_{R'}}$$

Et

$$T_0^c = \frac{2\pi}{\omega_R} \quad (\text{II-32})$$

$$\omega_{R'} = \gamma(\omega_R - \beta \omega_R) \quad (\text{II-33})$$

Alors

$$T_0^c = \frac{T_0^s}{\gamma(1-\beta)}$$

$$T_0^c = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} T_0^s \quad (\text{II-34})$$

## Approximation classique

Par développement limité au premier ordre avec  $\beta \ll 1$  on trouve les résultats précédents

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)^{1/2} &= (1+\beta)(1-\beta)^{1/2} \\
 &= (1+2\beta)^{1/2} \\
 &= 1 + \frac{v}{c}
 \end{aligned} \tag{II-35}$$

### Effet Doppler transverse

Si la source se déplace perpendiculairement au faisceau lumineux

$$\mathbf{k}_R \parallel \mathbf{v}_0 = \vec{k}_R \vec{v}_0 = 0$$

Alors la transformation donne

$$\omega_{R'} = \gamma \omega_R \tag{II-36}$$

On obtient avec

$$T_0^c = \frac{2\pi}{\omega_{R'}}$$

Et

$$T_0^c = \frac{2\pi}{\omega_R}$$

$$\omega_{R'} = \gamma \omega_R$$

Donc

$$T_0^c = \frac{T_0^s}{\gamma}$$

$$T_0^c = \sqrt{1 - \beta^2} T_0^s \tag{II-37}$$

Cette manifestation de l'effet Doppler n'a pas d'équivalent non relativiste.

**Chapitre 03**  
**Application de l'effet**  
**Doppler**

## Principe du radar

Dans ce chapitre nous nous intéresserons à appliquer l'effet Doppler au radar des route et sur le son de sirène pour cela nous allons vous donner un bref aperçu :

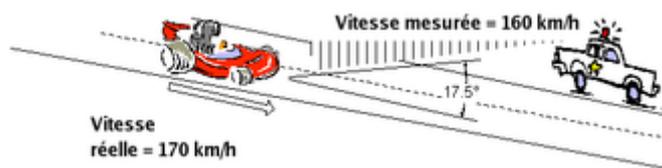
Les radars émettent une onde entretenue (ou continue) qui est réfléchiée par toute cible se trouvant dans la direction pointée. Par effet Doppler, cette onde réfléchiée possède une fréquence légèrement différente de celle émise : plus grande fréquence pour les véhicules s'approchant du radar et plus petite pour ceux s'éloignant. En mesurant la différence de fréquence entre l'onde émise et celle retournée, on peut calculer la vitesse de la cible. Ceci se fait en trouvant le battement entre les deux ondes.



### Image montre comment fonctionne ce dispositif par effet Doppler

En général, on utilise une longueur d'onde centimétrique des bandes X, K et Ka. En Europe, il utilise la bande Ku. La bande X est moins courante depuis quelques années, car elle est facilement perceptible par les récepteurs antiradars dont certains automobilistes se

munissent, légalement ou non. De plus, elle est utilisée par d'autres appareils dont les ouvre-portes de garage. Une alternative au radar est celle du Lidar qui utilise le même principe que le radar Doppler pulsé ; c'est-à-dire qu'il mesure les temps d'aller-retour d'impulsions laser successives pour estimer la vitesse du véhicule.



### Image correspondant au radar

Il faut donc que le sens de déplacement de la cible soit en ligne directe vers le radar. Si la cible se déplace avec un angle par rapport à cette direction, la vitesse notée n'est que la projection sur la radiale au radar, soit la vitesse réelle multipliée par le cosinus de l'angle (facteur variant de 0 pour un déplacement perpendiculaire au radar à 1 pour celui vers le radar).

Comme la direction radiale pure demande de mettre le radar sur la route pour faire la mesure, les appareils sont généralement calibrés pour prendre les vitesses lorsque le radar est orienté suivant un angle de 25° par rapport à l'axe de circulation des véhicules contrôlés<sup>1</sup>. Cette notion est extrêmement importante puisqu'un écart aussi minime soit-il à cette valeur entraîne des modifications significatives sur les valeurs détectées. Un radar mesurant des vitesses sous un angle de 30° par rapport à l'axe de circulation, un différentiel de seulement 5°, induit une minoration de la vitesse détectée de 4,5 %, soit une erreur de 4 km/h pour un véhicule roulant à 90 km/h et environ 6 km/h pour un véhicule se déplaçant à 130 km/h<sup>1</sup>.

Le respect de cette contrainte est très important pour la validité du calcul compensatoire de l'effet Doppler-Fizeau. Un radar mobile posé rapidement sur le bord de la route ou monté sur un véhicule garé sans attention particulière à l'orientation par rapport à la voie de circulation peut ainsi être responsable de l'émission de contraventions indues au code de la route. La formation du personnel manipulant les radars de contrôle routier est donc elle aussi très importante puisque naturellement un angle plus faible que 25° avec l'axe de circulation sera défavorable à l'automobiliste, un angle plus grand que 25° sera favorable à l'automobiliste.

Pour tenir compte de la potentielle erreur de mesure, les autorités de différents pays utilisateurs de tels radars émettent des règles à suivre pour l'émission de constats d'infraction. Par exemple en France, la loi définit les erreurs maximales tolérées qui constituent les marges techniques d'abaissement pour l'obtention de la vitesse retenue. Ces erreurs maximales dépendent du type de radar. Pour les radars routiers fixes de nouvelle g.

Énervation, dont l'angle de mesure est fixe et précis à 1°: plus ou moins 3 km/h, pour les vitesses inférieures à 100 km/h et plus ou moins 3 % de la vitesse, pour les vitesses égales ou supérieures à 100 km/h. Pour les radars fixes plus anciens, et pour les radars embarqués disposés ponctuellement par les forces de l'ordre, les marges sont de 5 km/h puis 5 % au delà de 100 km/h. Pour les radars embarqués dans un véhicule en mouvement, les marges sont respectivement 7 km/h puis 7 % ou 10 km/h puis 10 % selon la génération de l'équipement.

L'état ne considère que l'erreur de 5° suscitée soit impossible sur les radars fixes dont la déviation angulaire est de 1° maximum, ce qui explique l'abaissement en 2009 des marges pour ce type d'appareil. Pour annuler l'imprécision de 5 % des radars disposés ponctuellement, il suffit d'un décalage de 5° par rapport à l'angle de 25° défini au calibrage, cette erreur étant très improbable compte tenu de l'utilisation d'un laser de positionnement.

Néanmoins, il ne faut pas oublier que les véhicules peuvent se déplacer sur l'axe de la chaussée, notamment pour changer de file, et comme précisé au-dessus, c'est la direction de déplacement du véhicule par rapport au radar qui est importante, pas seulement l'angle de positionnement du radar par rapport à l'axe de la route [8]

### Comment mesurer la vitesse ?

Si le signal émis par le radar est une sinusoïde pur de fréquence  $f_0$  sur une cible en mouvement animée d'une vitesse  $v$  dans l'axe de l'émission l'onde se réfléchit alors sur la cible et revient vers l'émetteur avec une fréquence  $f$  légèrement différente de  $f_0$  qui s'écrit :

$$f = \frac{c-v}{c-v_e} f_0 \quad (\text{III-1})$$

Avec  $v$  est la vitesse de la cible (voiture),  $v_e$  la vitesse de l'émetteur (radar) et  $c$  est la vitesse du son dans l'air.

On suppose que le radar est fixe c'est-à-dire que  $v_e = 0$

On obtient donc

$$f = \frac{c-v}{c} f_0 \quad (\text{III-2})$$

Ce qui après donne après transformation :

$$v = \frac{c(f_0-f)}{f} \quad (\text{III-3})$$

Sous réserve qu'elle soit corrigée.

En réalité la vitesse mesurée par un radar Doppler est la vitesse radiale dans l'axe de l'émission et pas la vitesse réelle car le radar fait toujours un angle  $\theta$  avec la direction du mobile

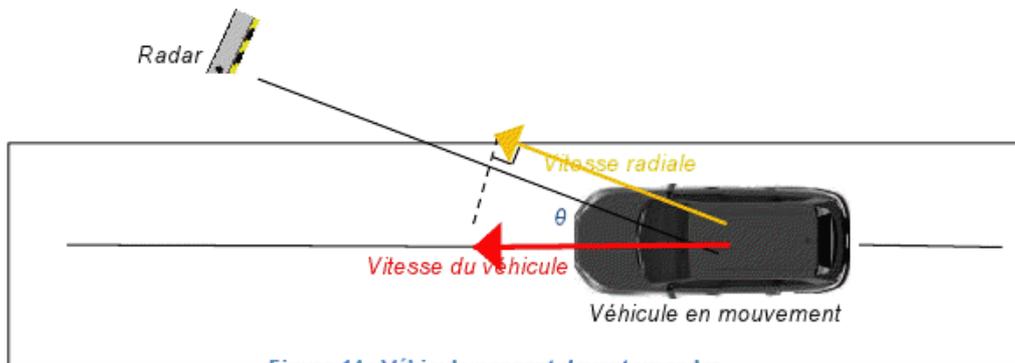


Figure 14 : Véhicule passant devant un radar.

La vitesse réelle est donc telle que

$$v = v_r \cos\theta \quad (\text{III-4})$$

Nous aboutissons donc à

$$v_r = \frac{c(f_0-f)}{2f \cos\theta} \quad (\text{III-5})$$

Lorsque la cible se rapproche du radar  $f > f_0$  la vitesse  $v_r$  est négative (normal la cible se déplace en sens inverse de l'onde) [9]

Pour simplifier les calculs selon les situations nous poserons  $\Delta f = |f_0 - f|$

$$v_r = \frac{c\Delta f}{2f\cos\theta} \quad (\text{III-6})$$

## Physique onde

Considérons un véhicule de secours au repos, dont la sirène (source) émet dans toutes les directions un son d'une fréquence déterminée, quand le véhicule roule, la sirène émet un son de même fréquence qu'avant mais les ondes sonores qu'elle émet vers l'avant sont maintenant plus proches les unes des autres cela est dû au fait que le véhicule poursuit les ondes émises précédemment.

Un piéton (observateur) sur le trottoir captera plus de crêtes d'ondes par seconde et donc la fréquence perçue par le piéton est plus élevée. Les ondes émises vers l'arrière du véhicule seront au contraire plus éloignées qu'avant les unes des autres parce que le véhicule fuit les ondes émises.

Un piéton à l'arrière du camion captera moins de crêtes d'ondes par seconde et donc la fréquence perçue par ce piéton sera moins élevée voir schémas 1.

$v$  = vitesse du son dans l'air

$v_s$  = vitesse de la source

$v_o$  = vitesse de l'observateur

Toutes ces vitesses sont mesurées par rapport au sol

$f$  = Fréquence du son émis par la sirène

$f'$  = Fréquence effective du son perçu par l'observateur

$\lambda$  = Longueur d'onde du son émis par la sirène

$\lambda'$  = Longueur d'onde effective perçue par l'observateur

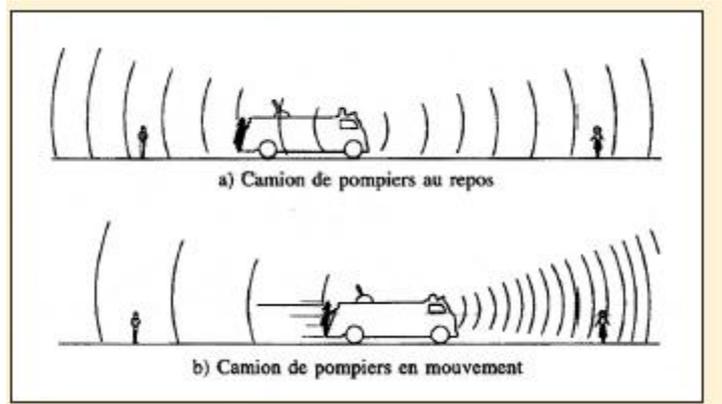


Figure (01)

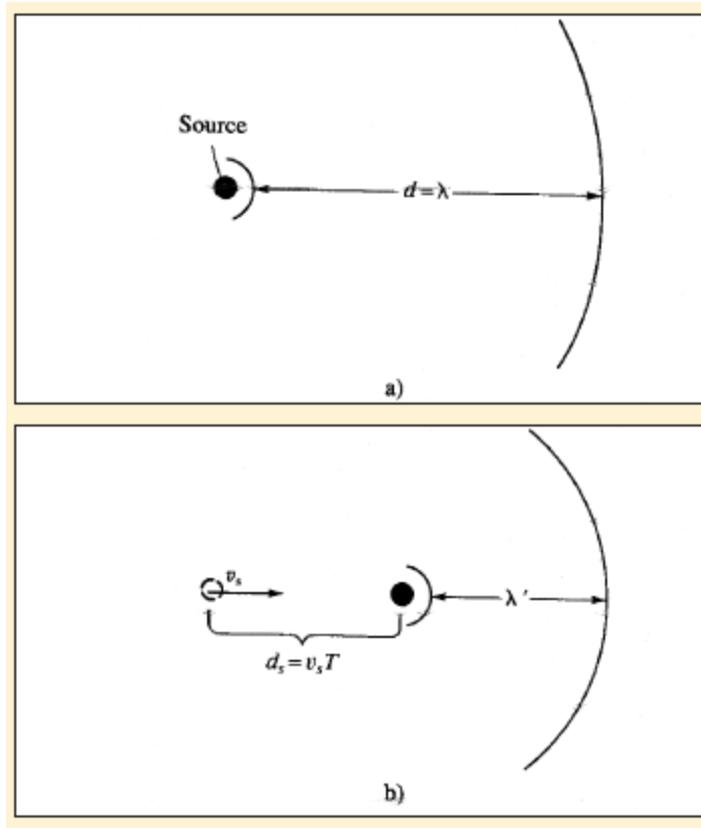


Figure (02)

**La source se rapproche de l'observateur**

$$\begin{aligned}
 \lambda' &= d - d_s \\
 &= \lambda - v_s T \\
 &= \lambda - v_s \frac{\lambda}{v} \\
 &= \lambda \left(1 - \frac{v_s}{v}\right) \\
 f' &= \frac{v}{\lambda'} \\
 &= f \left(\frac{1}{1 - \frac{v_s}{v}}\right) \tag{III-6}
 \end{aligned}$$

Donc

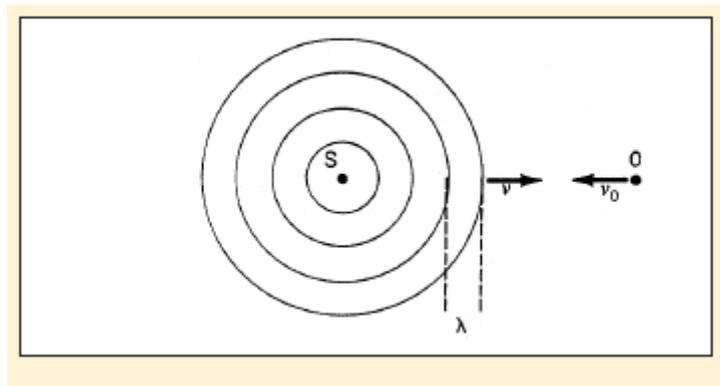
$$f' > f$$

**La source s'éloigne de l'observateur**

$$\begin{aligned}
 \lambda' &= d + d_s \\
 f' &= f \left(\frac{1}{1 + \frac{v_s}{v}}\right) \tag{III-8}
 \end{aligned}$$

Donc

$$f' < f$$

**Source immobile-observateur en mouvement**

Figure(03)

**L'observateur se rapproche de la source**

$$f' = \frac{v'}{\lambda}$$
$$=f\left(1 + \frac{v_0}{v}\right) \quad (\text{III-9})$$

**L'observateur s'éloigne de la source**

$$f' = f\left(1 - \frac{v_0}{v}\right) \quad (\text{III-10})$$

La distance entre les crêtes, la longueur d'onde  $\lambda$  ne change pas mais la vitesse des crêtes par rapport à l'observateur change [10]

**Conclusion**

Nous avons établi les équations donnant la fréquence en fonction de la longueur suivant que L'observateur s'éloigne où s'approche. Avec cette notation nous bien compris les formules acquises.

**Conclusion**

# *Conclusion*

---

## **Conclusion générale**

Dans ce mémoire nous avons étudié l'effet Doppler d'une manière générale. Nous avons établi tous nos équations théoriques en se basant sur le traitement de signal via Fourier

Nous avons établi le traitement de signal d'une manière mathématique en se basant sur des formule données par de référence le traitement de Fourier nous a simplifié cette étude du faite qu'il donne à ces signaux un comportement sinusoïdale nous avons déterminés les fréquences en s'approchant de la source émetteur.

# **Bibliographie**

# **Bibliographie**

---

## ***Bibliographie***

- [1] T. Du martin*
- [2] Michel LECOMTE*
- [3] Thomas*
- [4] Lycée Saint-Exupéry de Mantes- la-Jolie*
- [5] GALLET Thomas, KRIT Samir*
- [6] BLANC Damien*
- [7] DANIEL Suchet*
- [8] Robert*
- [9] Jean-François RECOCHE*
- [10] Laurence PONCET*